

# Földrengésvédelem – Példák 2.

## Síkbeli rezgések, válaszspektrum- módszer, helyettesítő terhek módszere

Vető Dániel

Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

2015. május 21.

# A példák kidolgozásához felhasznált irodalom:

- [1] Deák Gy. – Erdélyi T. – Fernezelyi S. – Kollár L. – Visnovitz Gy.: *Terhek és hatások – Tervezés az Eurocode alapján*. Business Media Magyarország Kft., Budaörs, 2006.
- [2] Dulácska E.: *Kisokos statikusoknak. Segédlet tartószerkezetek tervezéséhez. 2., javított kiadás*. Artifex Kiadó, Budapest, 2013.
- [3] Dulácska E. – Joó A. – Kollár L.: *Tartószerkezetek tervezése földrengési hatásokra – Az Eurocode alapján*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2008.
- [4] Dr. Kollár L. – Dr. Dulácska E. – Dr. Csák B. – Dr. Sajtos I. – Joó A.: *Eurocode 8 tanfolyam vetített anyaga*. BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék, 2008.
- [5] Dr. Sajtos I. – Dr. Hegyi D. – Dr. Sipos A. Á. – Vető D. – Merle I. – Orbán I.: *EC 6-8 – Példatár – Falazott szerkezetek méretezése – Falazott szerkezetű épületek méretezése földrengésre*. Wienerberger Zrt., Budapest, 2010.

# Tartalom:

1. példa: egyszintes keret

2. példa: kétszintes keret

Rezgésidők és rezgésalakok kiszámítása (sajátérték-feladat megoldása)

Földrengésterhek az egyes rezgésalakokból (modálanalízis)

Helyettesítő terhek módszere

3. példa: négyszintes keret

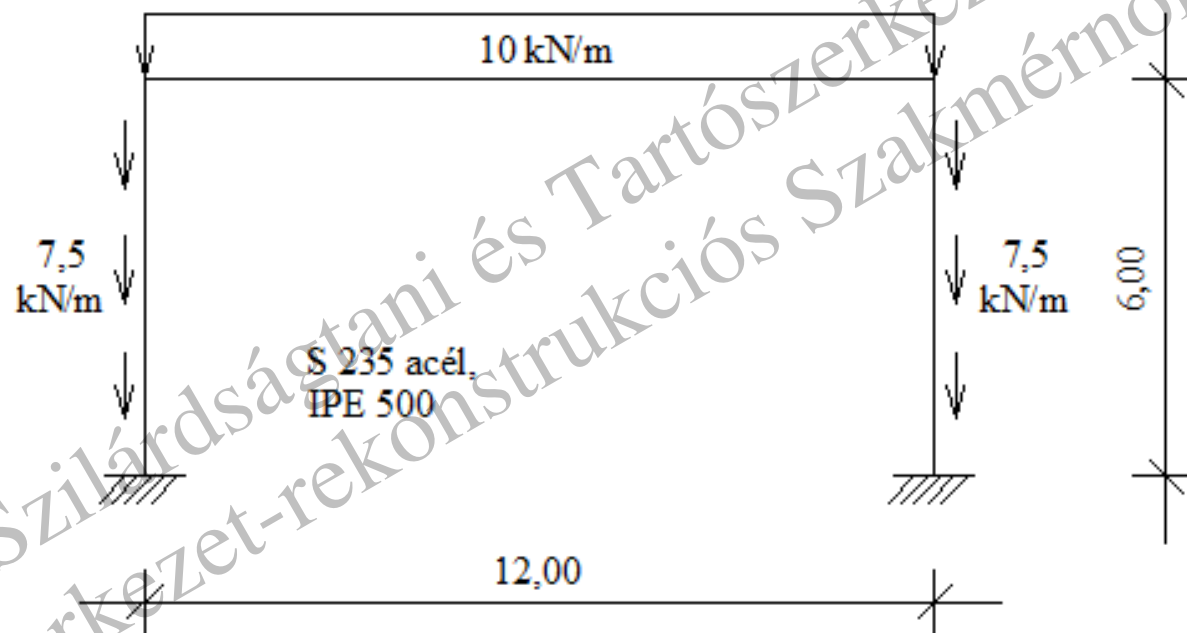
Földrengésterhek az egyes rezgésalakokból (modálanalízis)

Helyettesítő terhek módszere

VEM megoldás

# 1. példa: egyszintes keret

Szerkezet méretei, terhei:



# 1. példa: egyszintes keret

Földrengési alapadatok:

földrengés típusa: 1. típus

talajosztály: B osztály

talajszorzó:  $S = 1,2$

fontossági osztály: II. osztály

fontossági tényező:  $\gamma_1 = 1,0$

viselkedési tényező:  $q = 1,5$

szeizmikus zóna: 4. zóna

talajgyorsulás:  $a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR} = 1,0 \cdot 0,14 \cdot 9,81 = 1,37 \text{ m/s}^2$

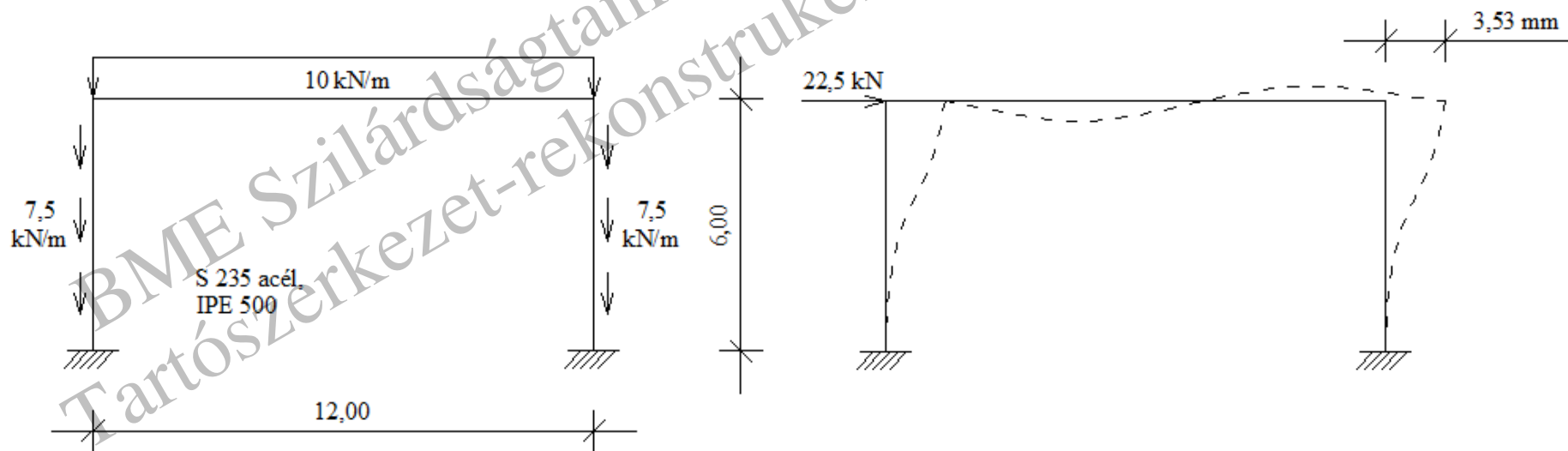
# 1. példa: egyszintes keret

Tömeg, merevség, rezgésidő:

$$m = 12 \cdot 1000 + 2 \cdot 3 \cdot 750 = 16500 \text{ kg}$$

$$k = \frac{22500}{3,53 \cdot 10^{-3}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ N / m}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{16500}{6,37 \cdot 10^6}} = 0,319 \text{ s}$$



# 1. példa: egyszintes keret

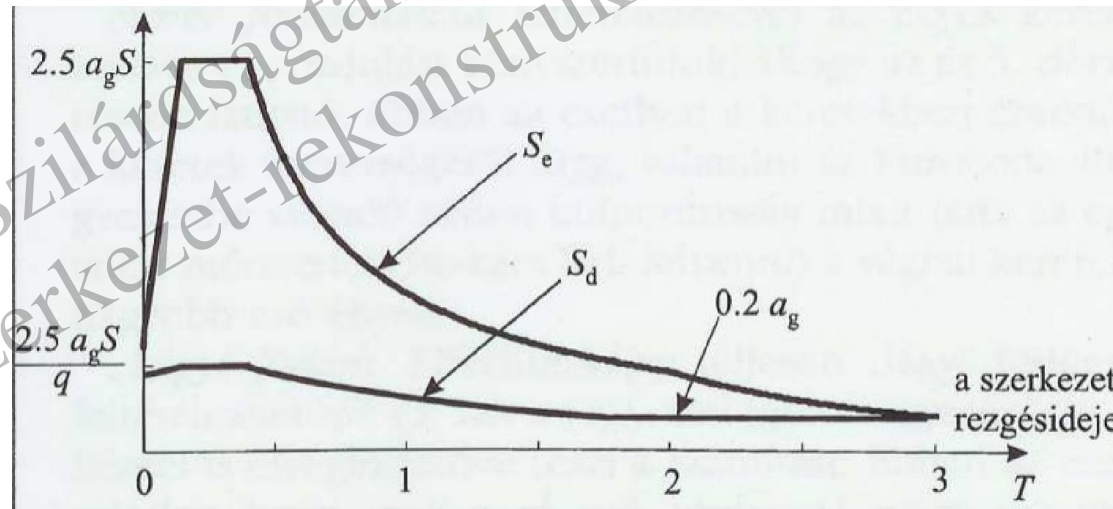
Tervezési gyorsulási válaszspektrum, alapnyíróerő:

$$T_B < T < T_C$$

$$0,15 < 0,319 < 0,5$$

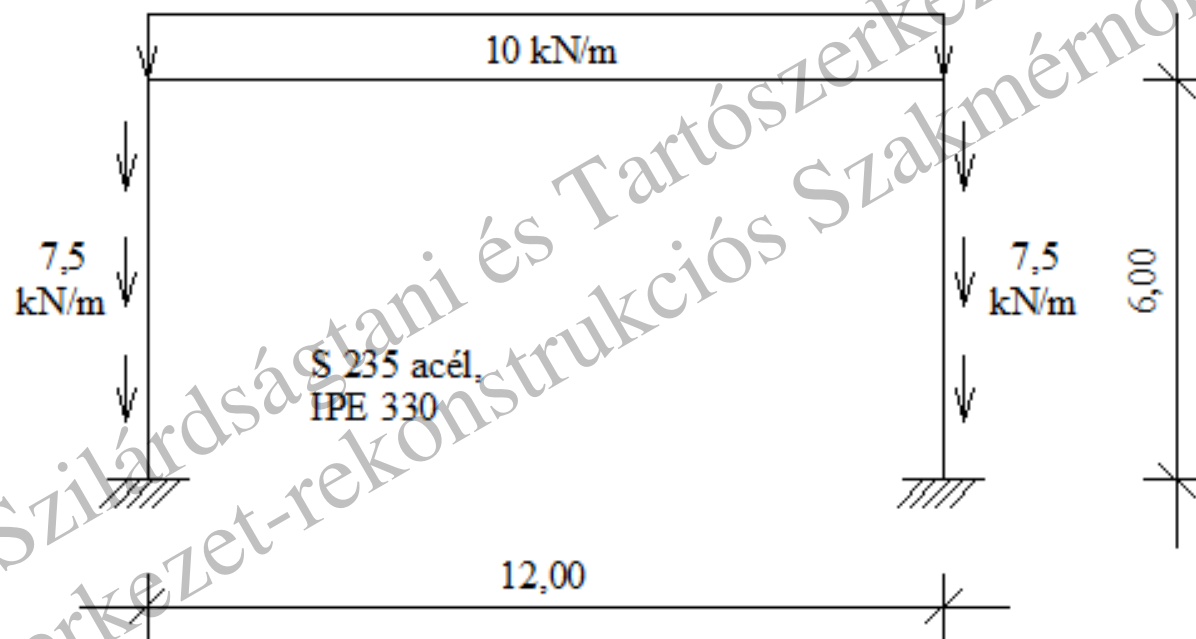
$$S_d(T) = a_g S \frac{2,5}{q} = 1,37 \cdot 1,2 \cdot \frac{2,5}{1,5} = 2,75 \text{ m/s}^2$$

$$F_b = m S_d = 16500 \cdot 2,75 = 45380 \text{ N} = 45,38 \text{ kN}$$



# 1. példa: egyszintes keret

Szerkezet méretei, terhei (keresztmetszetek inerciája negyedakkora):





# 1. példa: egyszintes keret

Földrengési alapadatok:

földrengés típusa: 1. típus

talajosztály: B osztály

talajszorzó:  $S = 1,2$

fontossági osztály: II. osztály

fontossági tényező:  $\gamma_1 = 1,0$

viselkedési tényező:  $q = 1,5$

szeizmikus zóna: 4. zóna

talajgyorsulás:  $a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR} = 1,0 \cdot 0,14 \cdot 9,81 = 1,37 \text{ m/s}^2$

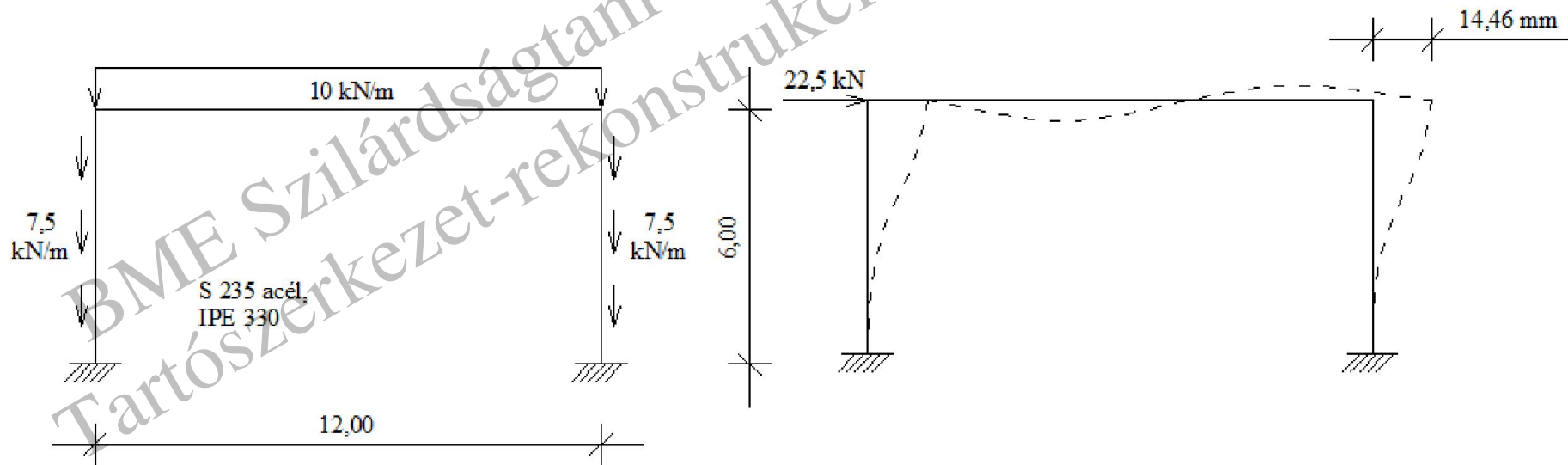
# 1. példa: egyszintes keret

Tömeg, merevség, rezgésidő:

$$m = 12 \cdot 1000 + 2 \cdot 3 \cdot 750 = 16500 \text{ kg}$$

$$k = \frac{22500}{14,46 \cdot 10^{-3}} = 1,56 \cdot 10^6 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{16500}{1,56 \cdot 10^6}} = 0,647 \text{ s}$$



# 1. példa: egyszintes keret

Tervezési gyorsulási válaszspektrum, alapnyíróerő:

$$T_C < T < T_D$$

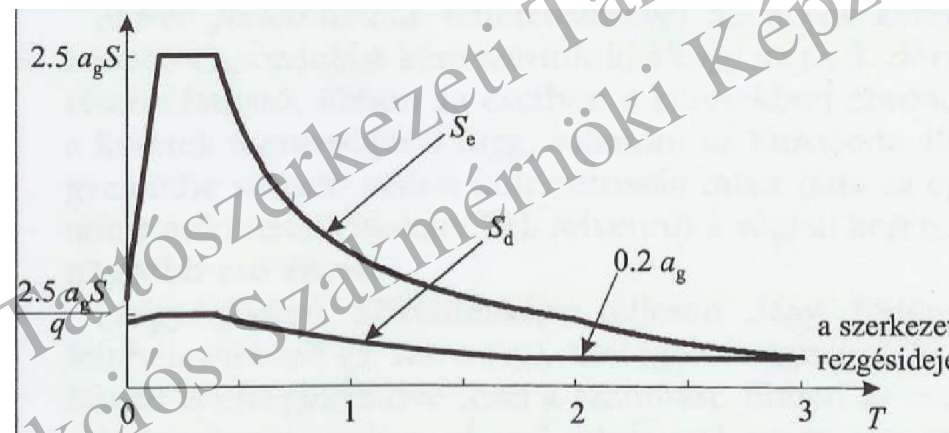
$$0,5 < 0,647 < 2,0$$

$$S_d(T) = \max \left\{ a_g S \frac{2,5 T_C}{q T}, 0,2 a_g \right\} =$$

$$= \max \left\{ 1,37 \cdot 1,2 \cdot \frac{2,5 \cdot 0,5}{1,5 \cdot 0,647}, 0,2 \cdot 1,37 \right\} =$$

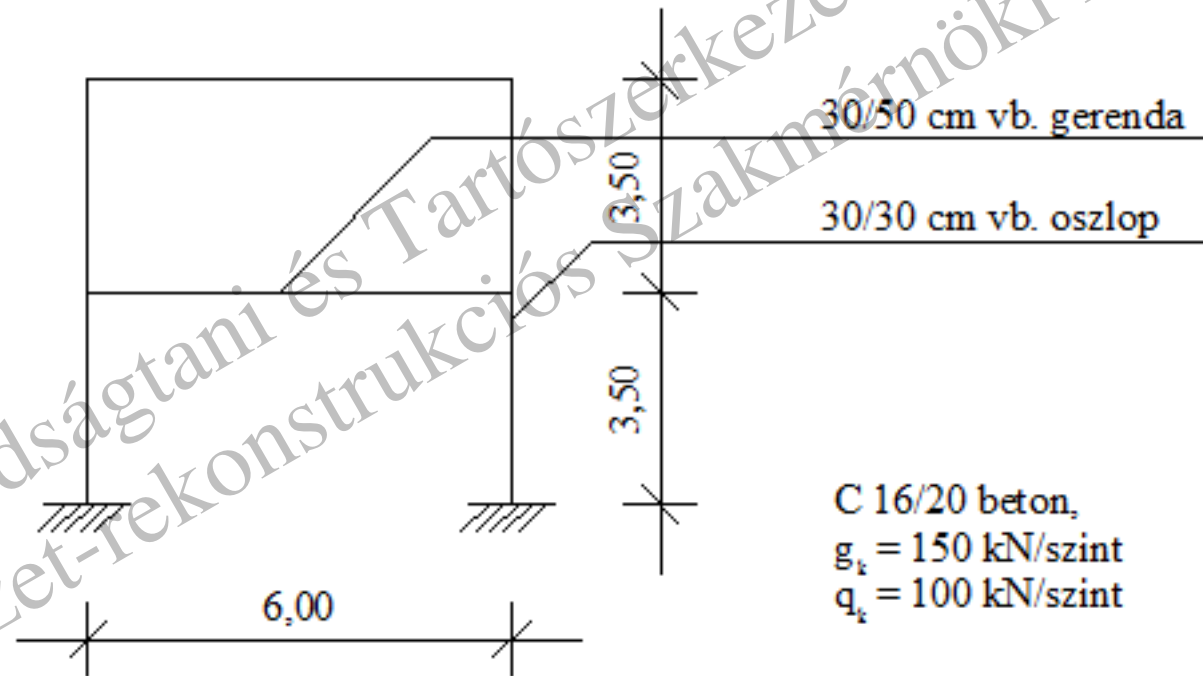
$$= \max \left\{ 2,12, 0,28 \right\} = 2,12 m / s^2$$

$$F_b = m S_d = 16500 \cdot 2,12 = 34940 N = 34,94 kN < 45,38 kN$$



## 2. példa: kétszintes keret

Szerkezet méretei, terhei:



## 2. példa: kétszintes keret

Földrengési alapadatok:

földrengés típusa: 1. típus

talajosztály: B osztály

talajszorzó:  $S = 1,2$

fontossági osztály: II. osztály

fontossági tényező:  $\gamma_1 = 1,0$

viselkedési tényező:  $q = 1,5$

szeizmikus zóna: 4. zóna

talajgyorsulás:  $a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR} = 1,0 \cdot 0,14 \cdot 9,81 = 1,37 \text{ m/s}^2$

## 2. példa: kétszintes keret

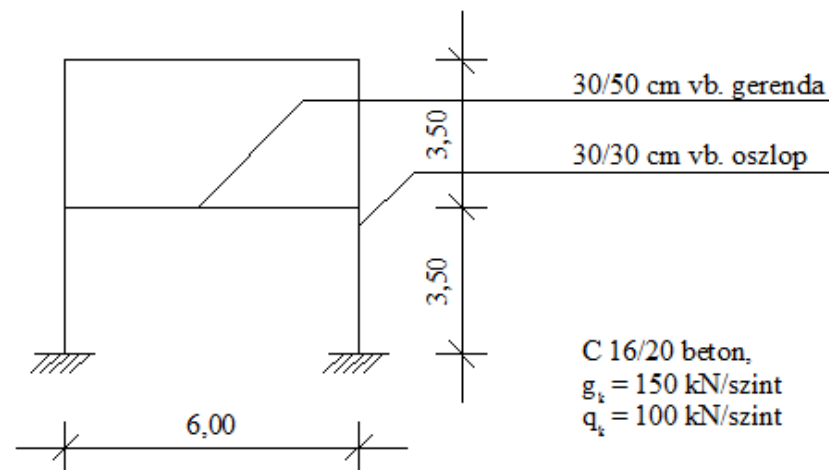
Beton rugalmassági modulusa, oszlop és gerenda inerciája, egy szint tömege:

$$E_{C16/20} = 29 \cdot 10^9 \text{ N / m}^2$$

$$I_c = 0,5 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,3^3}{12} = 3,38 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_b = 0,5 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,5^3}{12} = 1,56 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$m = (g_k + \psi_2 q_k) \cdot 100 = (150 + 0,5 \cdot 100) \cdot 100 = 20000 \text{ kg}$$



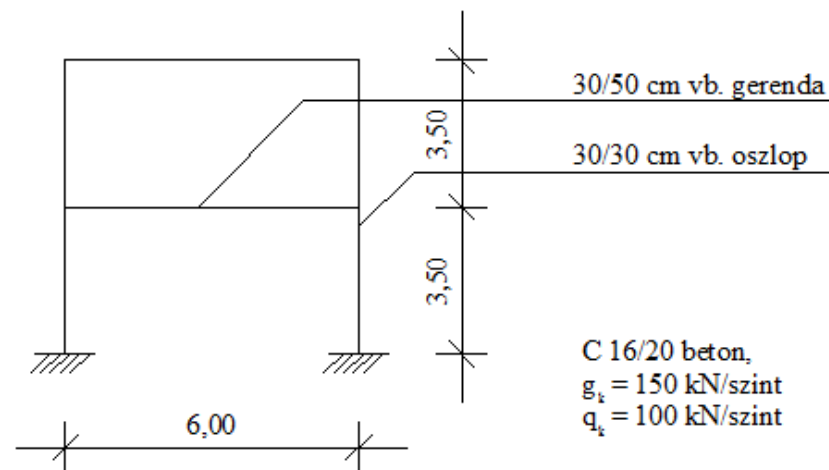
## 2. példa: kétszintes keret

Nyírási deformációt végző rúdként modellezett épület nyírási merevsége:

$$\frac{1}{\hat{S}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{12 \cdot EI_{bi}}{d_i h}} + \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{12 \cdot EI_{ci}}{h^2}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{12 \cdot 29 \cdot 10^9 \cdot 1,56 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 3,50}} + \frac{1}{2 \cdot \frac{12 \cdot 29 \cdot 10^9 \cdot 3,38 \cdot 10^{-4}}{3,50^2}} = 9,08 \cdot 10^{-8} \frac{1}{N}$$

$$\hat{S} = 1,10 \cdot 10^7 N$$

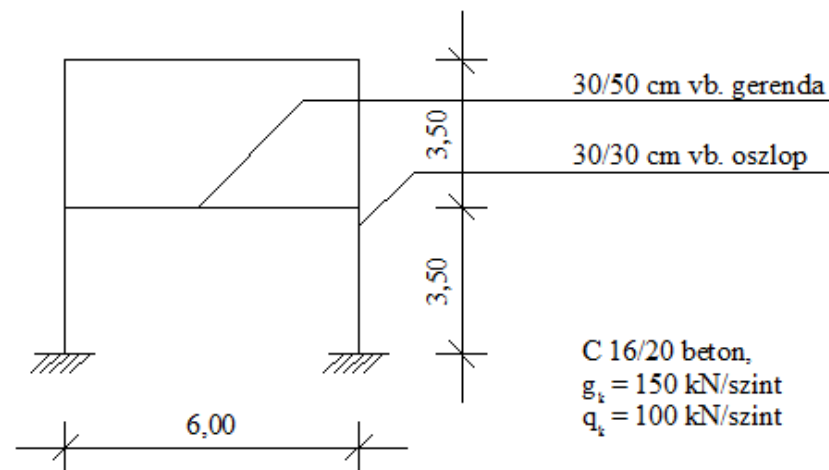


## 2. példa: kétszintes keret

Tömegmátrix, merevségi mátrix:

$$\underline{\underline{m}} = \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \text{kg}$$

$$\underline{\underline{k}} = \frac{\hat{S}}{h} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1,10 \cdot 10^7}{3,50} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,29 & -3,14 \\ -3,14 & 3,14 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \frac{N}{m}$$





## 2. példa: kétszintes keret

Szabad rezgés alapegyenlete:

$$\underline{\underline{k}} \cdot \underline{u} + \underline{\underline{m}} \cdot \underline{\ddot{u}} = \underline{0}$$

a megoldást

$$\underline{u}(t) = \sin(\omega_n t) \underline{\phi}$$

alakban keressük, ez sajátérték-feladatra vezet

Szabad rezgést végző rendszer sajátérték-feladata:

$$(\underline{\underline{k}} - \omega_n^2 \underline{\underline{m}}) \underline{\phi} = \underline{0}$$

$\omega_n$  : sajátérték

$\underline{\phi}$  : sajátvektor

## 2. példa: kétszintes keret

Sajátérték-feladat megoldása, sajátértékek:

$$\det(\underline{k} - \omega_n^2 \underline{m}) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} 6,29 \cdot 10^6 - \omega_n^2 \cdot 20000 & -3,14 \cdot 10^6 \\ -3,14 \cdot 10^6 & 3,14 \cdot 10^6 - \omega_n^2 \cdot 20000 \end{bmatrix} =$$

$$= (6,29 \cdot 10^6 - \omega_n^2 \cdot 20000) \cdot (3,14 \cdot 10^6 - \omega_n^2 \cdot 20000) - (-3,14 \cdot 10^6)^2 =$$

$$= (\omega_n^2)^2 - 473 \cdot \omega_n^2 + 2,49 \cdot 10^4 = 0$$

$$(\omega_n^2)_{1,2} = \frac{473 \pm \sqrt{473^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2,49 \cdot 10^4}}{2} = \begin{cases} 413 \\ 60,5 \end{cases}$$

$$T_{1,2} = \frac{2\pi}{\sqrt{(\omega_n^2)_{1,2}}} = \begin{cases} 0,309s \\ 0,808s \end{cases}$$

## 2. példa: kétszintes keret

Sajátérték-feladat megoldása, sajátvektorok:

$$\omega_n^2 = 413$$

$$\begin{bmatrix} -1,97 & -3,14 \\ -3,14 & -5,12 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \cdot \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\phi_1} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,846 \\ -0,532 \end{bmatrix}$$

$$\omega_n^2 = 60,5$$

$$\begin{bmatrix} 5,08 & -3,14 \\ -3,14 & 1,93 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \cdot \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\phi_2} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,525 \\ 0,851 \end{bmatrix}$$

## 2. példa: kétszintes keret

Modálmátrix, spektrálmátrix, rezgésidők:

$$\underline{\underline{\Phi}} = \begin{bmatrix} 0,846 & 0,525 \\ -0,532 & 0,851 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\Omega^2}} = \begin{bmatrix} 413 & 0 \\ 0 & 60,5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{T}} = \begin{bmatrix} 0,309 \\ 0,808 \end{bmatrix} s$$

## 2. példa: kétszintes keret

Sajátérték-feladat egy lehetséges numerikus megoldásának vázlata:

tömegmátrix Cholesky-felbontása:

$$\underline{\underline{m}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{L}}^T$$

segédmátrix előállítás:

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{L}}^{-1} \cdot \underline{\underline{k}} \cdot \underline{\underline{L}}^{-1T}$$

segédmátrix sajátértékeinek és sajátvektorainak megkeresése:

$$(\underline{\underline{C}} - \lambda \underline{\underline{I}})\underline{\underline{\phi}} = \underline{\underline{0}}$$

ezek a sajátértékek és sajátvektorok megegyeznek az eredeti feladatéival

(megj.: a mátrix-invertálási lépés miatt ez a megoldási módszer sok szabadságfok és/vagy rosszul kondicionált feladat esetén nem működik megfelelően, de sok szoftver a feladatot (az általános sajátérték-feladatot) egy lépésben meg tudja oldani)

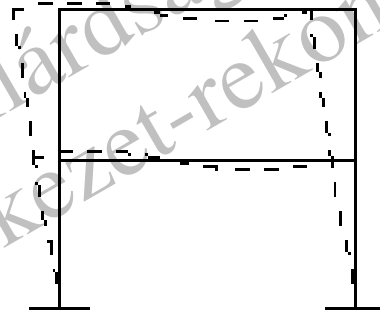
## 2. példa: kétszintes keret

Rezgésalakok (modálmátrix alapján):

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} -0,525 & -0,851 \\ -0,851 & 0,525 \end{bmatrix}$$

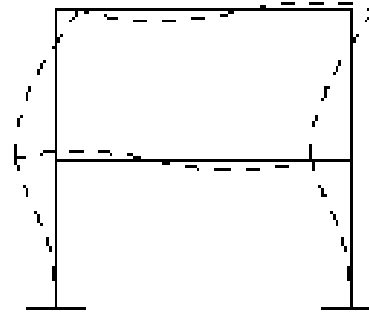
1. rezgésalak:

$$T_1 = 0,810\text{s}$$



2. rezgésalak:

$$T_2 = 0,310\text{s}$$

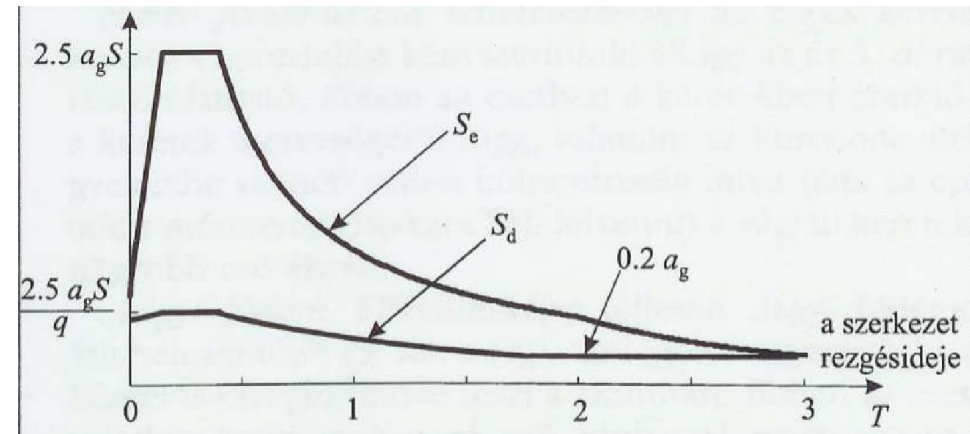


## 2. példa: kétszintes keret

Tervezési gyorsulási válaszspektrum:

$$S_d(T_1) = \max \left\{ \begin{array}{l} a_g S \frac{2,5 T_C}{q T} \\ 0,2 a_g \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,37 \cdot 1,2 \cdot \frac{2,5 \cdot 0,5}{1,5 \cdot 0,810} \\ 0,2 \cdot 1,37 \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,69 \\ 0,28 \end{array} \right\} =$$
$$= 1,69 m/s^2$$

$$S_d(T_2) = a_g S \frac{2,5}{q} = 1,37 \cdot 1,2 \cdot \frac{2,5}{1,5} = 2,74 m/s^2$$



## 2. példa: kétszintes keret

Effektív modális tömegek:

$$m_i^* = \frac{(\underline{\phi}_i^T \underline{m} \underline{\phi}_i)^2}{\underline{\phi}_i^T \underline{m} \underline{\phi}_i} \quad \underline{t} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$m_1^* = \frac{\left( \begin{bmatrix} -0,525 & -0,851 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^2}{\begin{bmatrix} -0,525 & -0,851 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,525 \\ -0,851 \end{bmatrix}} = 37877 \text{kg} \rightarrow 94,7\%$$

$$m_2^* = \frac{\left( \begin{bmatrix} -0,851 & 0,525 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^2}{\begin{bmatrix} -0,851 & 0,525 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,851 \\ 0,525 \end{bmatrix}} = 2123 \text{kg} \rightarrow 5,3\%$$



## 2. példa: kétszintes keret

Alapnyíróerők, földrengésterhek:

$$F_{bi} = m^*_i S_d(T_i)$$

$$F_{b1} = 37877 \cdot 1,69 = 64012N = 64,01kN$$

$$F_{b2} = 2123 \cdot 2,74 = 5817N = 5,82kN$$

$$\underline{p}_i = \underline{m}\underline{\phi}_i \frac{\underline{\phi}_i^T \underline{m} \underline{\phi}_i}{\underline{\phi}_i^T \underline{m} \underline{\phi}_i} S_d(T_i)$$

## 2. példa: kétszintes keret

Földrengésterhek:

$$\underline{p}_1 = \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,525 \\ -0,851 \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} -0,525 & -0,851 \\ -0,525 & -0,851 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -0,525 & -0,851 \\ -0,525 & -0,851 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,525 \\ -0,851 \end{bmatrix}}$$

$$\cdot 1,69 = \begin{bmatrix} 24,43 \\ 39,58 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{p}_2 = \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,851 \\ 0,525 \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} -0,851 & 0,525 \\ -0,851 & 0,525 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -0,851 & 0,525 \\ -0,851 & 0,525 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 & 0 \\ 0 & 20000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,851 \\ 0,525 \end{bmatrix}}$$

$$\cdot 2,74 = \begin{bmatrix} 15,19 \\ -9,38 \end{bmatrix} kN$$

## 2. példa: kétszintes keret

Helyettesítő nyíróerők:

$$\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 24,43 + 39,58 \\ 39,58 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64,01 \\ 39,58 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 15,19 - 9,38 \\ -9,38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,81 \\ -9,38 \end{bmatrix} kN$$

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék  
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

## 2. példa: kétszintes keret

Helyettesítő nyíróerők összegzése (ABSSUM):

1. szint:

$$F = |64,01| + |5,81| = 69,82kN$$

2. szint:

$$F = |39,58| + |-9,38| = 48,96kN$$

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék  
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

## 2. példa: kétszintes keret

Helyettesítő nyíróerők összegzése (SRSS):

1. szint:

$$F = \sqrt{64,01^2 + 5,81^2} = 64,27kN$$

2. szint:

$$F = \sqrt{39,58^2 + (-9,38)^2} = 40,68kN$$

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék  
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

## 2. példa: kétszintes keret

Helyettesítő nyíróerők összegzése (CQC):

$$\omega_1 = \sqrt{60,11} = 7,75\text{Hz}, \quad \omega_2 = \sqrt{411,39} = 20,28\text{Hz}$$

$$\alpha_{12} = \frac{7,75}{20,28} = 0,382, \quad \alpha_{21} = \frac{20,28}{7,75} = 2,617$$

$$\rho_{11} = \rho_{22} = 1$$

$$\rho_{12} = \frac{8 \cdot 0,05^2 \cdot (1 + 0,382) \cdot 0,382^{3/2}}{(1 - 0,382^2)^2 + 4 \cdot 0,05^2 \cdot 0,382 \cdot (1 + 0,382)^2} = 0,008861$$

$$\rho_{21} = \frac{8 \cdot 0,05^2 \cdot (1 + 2,617) \cdot 2,617^{3/2}}{(1 - 2,617^2)^2 + 4 \cdot 0,05^2 \cdot 2,617 \cdot (1 + 2,617)^2} = 0,008861$$

$$E_E = \sqrt{\sum_i \sum_j (E_{Ei} \rho_{ij} E_{Ej})}$$

## 2. példa: kétszintes keret

Helyettesítő nyíróerők összegzése (CQC):

1. szint:

$$F = \sqrt{64,01 \cdot 1 \cdot 64,01 + 5,81 \cdot 1 \cdot 5,81 + 2 \cdot 64,01 \cdot 0,008861 \cdot 5,81} = 64,32 \text{ kN}$$

2. szint:

$$F = \sqrt{39,58 \cdot 1 \cdot 39,58 + (-9,38) \cdot 1 \cdot (-9,38) + 2 \cdot 39,58 \cdot 0,008861 \cdot (-9,38)} = \\ = 40,60 \text{ kN}$$

## 2. példa: kétszintes keret

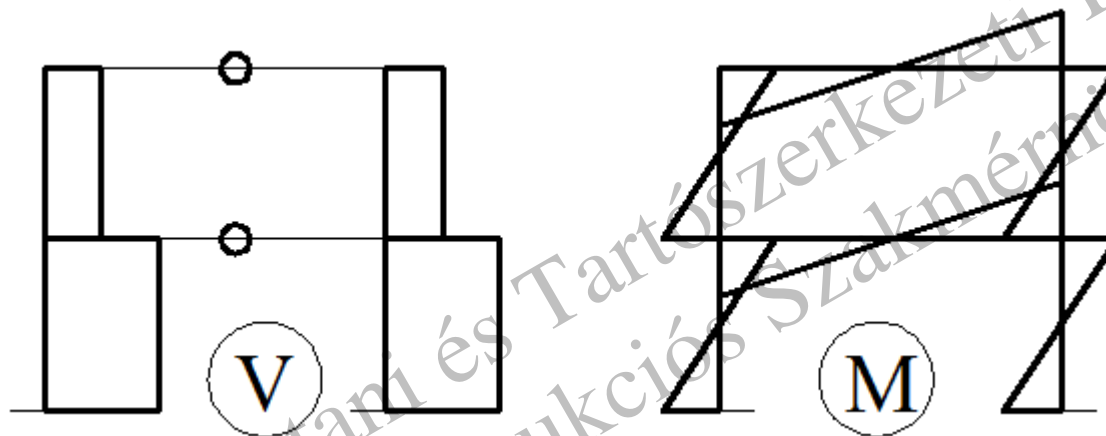
Helyettesítő nyíróerők összehasonlítása:

[kN]	ABSSUM	SRSS	CQC
1. szint	69,82	64,27	64,32
2. szint	48,96	40,68	40,60



## 2. példa: kétszintes keret

Nyíróerő- és nyomatékábrák:



	V [kN]	M [kNm]
1. szint	$64,32/2 = 32,16$	$32,16 \cdot 3,50/2 = 56,28$
2. szint	$40,60/2 = 20,30$	$20,30 \cdot 3,50/2 = 35,52$

## 2. példa: kétszintes keret

Alapnyíróerők, földrengésterhek, helyettesítő nyíróerők (helyettesítő terhek módszerével):

$$F_b = mS_d(T_1)$$

$$F_b = 40000 \cdot 1,69 = 67600N = 67,60kN$$

$$p_1 = \frac{3,5 \cdot 20000}{(3,5 + 7,0) \cdot 20000} \cdot 67,60 = 22,53kN$$

$$p_2 = \frac{7,0 \cdot 20000}{(3,5 + 7,0) \cdot 20000} \cdot 67,60 = 45,07kN$$

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} 22,53 + 45,07 \\ 45,07 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67,60 \\ 45,07 \end{bmatrix} kN$$

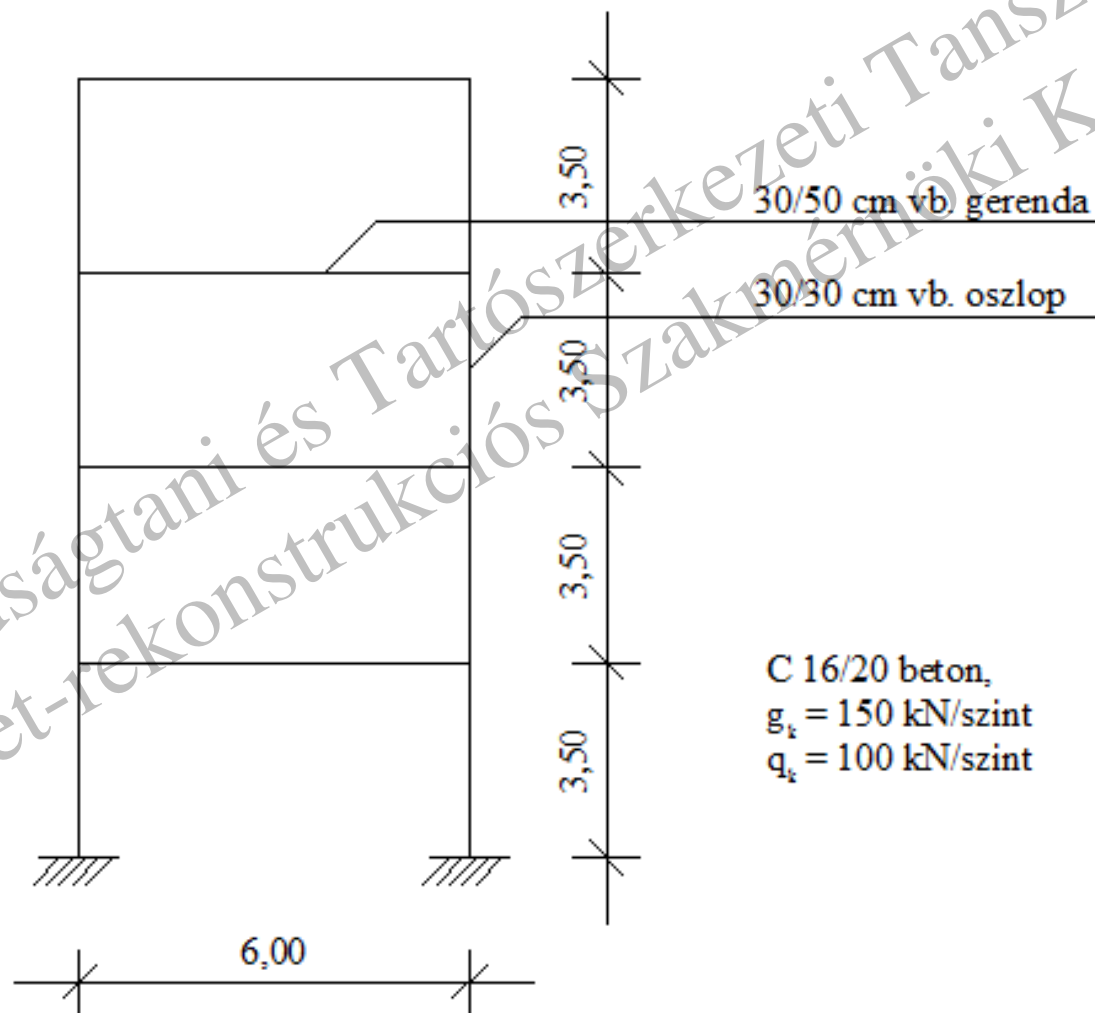
## 2. példa: kétszintes keret

Helyettesítő nyíróerők összehasonlítása:

[kN]	modálanalízis (CQC)	helyettesítő terhek módszere
1. szint	64,32	67,60
2. szint	40,60	45,07

### 3. példa: négyszintes keret

Szerkezet méretei, terhei:



### 3. példa: négyszintes keret

Földrengési alapadatok:

földrengés típusa: 1. típus

talajosztály: B osztály

talajszorzó:  $S = 1,2$

fontossági osztály: II. osztály

fontossági tényező:  $\gamma_1 = 1,0$

viselkedési tényező:  $q = 1,5$

szeizmikus zóna: 4. zóna

talajgyorsulás:  $a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR} = 1,0 \cdot 0,14 \cdot 9,81 = 1,37 \text{ m/s}^2$

### 3. példa: négyszintes keret

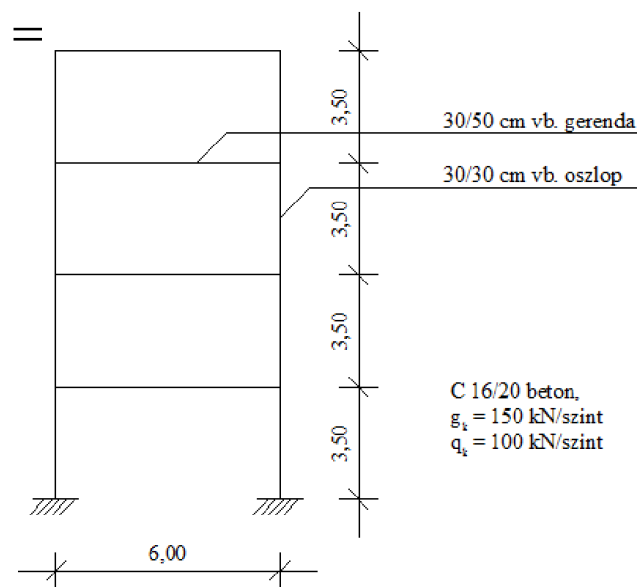
Beton rugalmassági modulusa, oszlop és gerenda inerciája, egy szint tömege:

$$E_{C16/20} = 29 \cdot 10^9 \text{ N / m}^2$$

$$I_c = 0,5 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,3^3}{12} = 3,38 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_b = 0,5 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,5^3}{12} = 1,56 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$m = (g_k + \psi_2 q_k) \cdot 100 = (150 + 0,5 \cdot 100) \cdot 100 =$$
$$= 20000 \text{ kg}$$



### 3. példa: négyszintes keret

Nyírási deformációt végző rúdként modellezett épület nyírási merevsége:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\hat{S}} &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{12 \cdot EI_{bi}}{d_i h}} + \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{12 \cdot EI_{ci}}{h^2}} = \\ &= \frac{1}{12 \cdot 29 \cdot 10^9 \cdot 1,56 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{2 \cdot \frac{12 \cdot 29 \cdot 10^9 \cdot 3,38 \cdot 10^{-4}}{3,50^2}} = 9,08 \cdot 10^{-8} \frac{1}{N} \\ \hat{S} &= 1,10 \cdot 10^7 N\end{aligned}$$

### 3. példa: négy szintes keret

Tömegmátrix, merevségi mátrix:

$$\underline{\underline{m}} = \begin{bmatrix} 20000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20000 \end{bmatrix} \text{ kg}$$

$$\underline{\underline{k}} = \frac{\hat{S}}{h} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1,10 \cdot 10^7}{3,50} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 6,29 & -3,14 & 0 & 0 \\ -3,14 & 6,29 & -3,14 & 0 \\ 0 & -3,14 & 6,29 & -3,14 \\ 0 & 0 & -3,14 & 3,14 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \frac{N}{m}$$



### 3. példa: négyszintes keret

Modálmátrix, spektrálmátrix, rezgésidők:

$$\underline{\underline{\Phi}} = \begin{bmatrix} -0,227 & 0,577 & 0,657 & -0,429 \\ -0,428 & 0,578 & -0,228 & 0,657 \\ -0,577 & 0,001 & -0,578 & -0,577 \\ -0,658 & -0,577 & 0,428 & 0,228 \end{bmatrix}$$

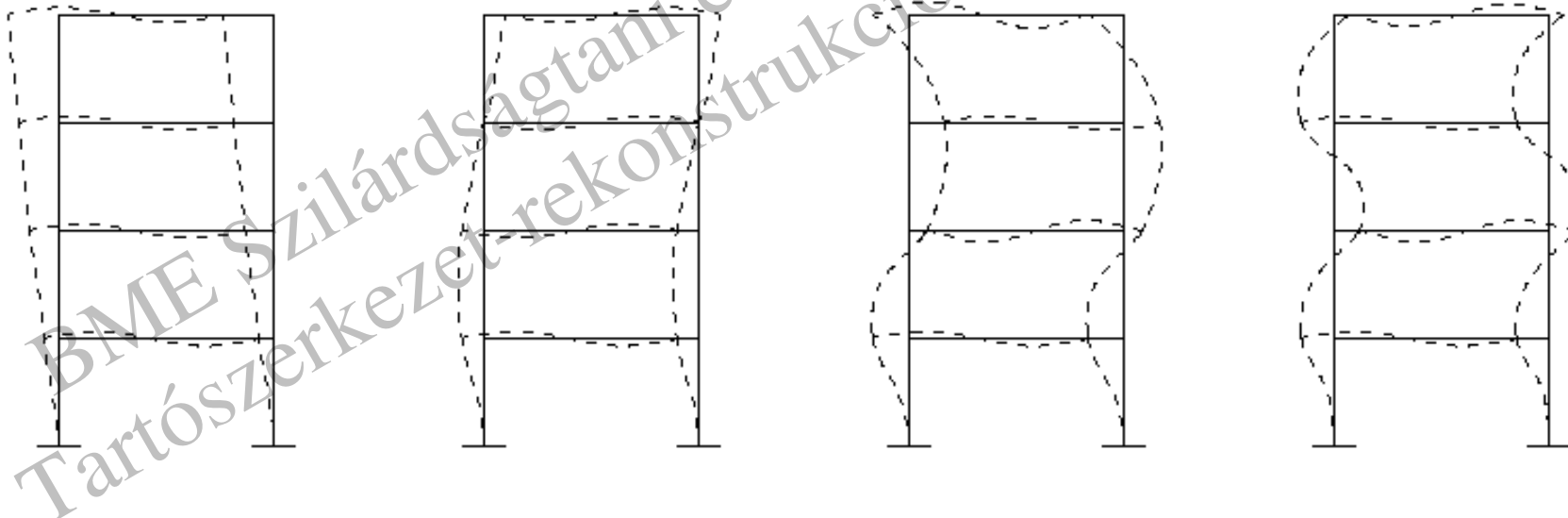
$$\underline{\underline{\Omega^2}} = \begin{bmatrix} 19,22 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 157,33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 368,93 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 555,01 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{T}} = \begin{bmatrix} 1,433 \\ 0,501 \\ 0,327 \\ 0,267 \end{bmatrix} s$$

### 3. példa: négyszintes keret

Rezgésalakok (modálmátrix alapján):

$$\underline{\underline{\Phi}} = \begin{bmatrix} -0,227 & 0,577 & 0,657 & -0,429 \\ -0,428 & 0,578 & -0,228 & 0,657 \\ -0,577 & 0,001 & -0,578 & -0,577 \\ -0,658 & -0,577 & 0,428 & 0,228 \end{bmatrix}$$

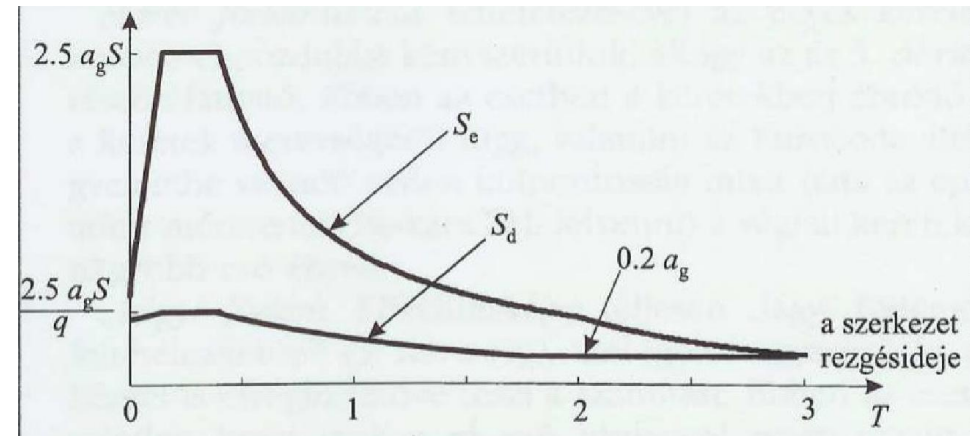


### 3. példa: négyszintes keret

Tervezési gyorsulási válaszspektrum:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1,433 \\ 0,501 \\ 0,327 \\ 0,267 \end{bmatrix} s \quad \underline{S_d} = \begin{bmatrix} 0,96 \\ 2,73 \\ 2,74 \\ 2,74 \end{bmatrix} m/s^2$$

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék  
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés



### 3. példa: négy szintes keret

Effektív modális tömegek:

$$\underline{m}^* = \begin{bmatrix} 71421 \\ 6723 \\ 1561 \\ 296 \end{bmatrix} \text{ kg} \rightarrow \begin{bmatrix} 89,3 \\ 8,4 \\ 2,0 \\ 0,4 \end{bmatrix} \%$$

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék  
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

### 3. példa: négyszintes keret

Alapnyíróerők, földrengésterhek:

$$\underline{F}_b = \begin{bmatrix} 68,5 \\ 18,3 \\ 4,2 \\ 0,8 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{p}_1 = \begin{bmatrix} 8,2 \\ 15,5 \\ 20,9 \\ 23,9 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{p}_2 = \begin{bmatrix} 18,3 \\ 18,3 \\ 0,0 \\ -18,3 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{p}_3 = \begin{bmatrix} 10,0 \\ -3,5 \\ -8,8 \\ 6,5 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{p}_4 = \begin{bmatrix} 2,9 \\ -4,4 \\ 3,8 \\ -1,5 \end{bmatrix} kN$$

### 3. példa: négyszintes keret

Helyettesítő nyíróerők:

$$\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 8,2 + 15,5 + 20,9 + 23,9 \\ 15,5 + 20,9 + 23,9 \\ 20,9 + 23,9 \\ 23,9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 68,5 \\ 60,3 \\ 44,8 \\ 23,9 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 18,3 \\ 0,0 \\ -18,3 \\ -18,3 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{F}_3 = \begin{bmatrix} 4,2 \\ -5,8 \\ -2,3 \\ 6,5 \end{bmatrix} kN$$

$$\underline{F}_4 = \begin{bmatrix} 0,8 \\ -2,1 \\ 2,3 \\ -1,5 \end{bmatrix} kN$$

### 3. példa: négyszintes keret

Helyettesítő nyíróerők összegzése (ABSSUM):

1. szint:

$$F = |68,5| + |18,3| + |4,2| + |0,8| = 91,8kN$$

2. szint:

$$F = |60,3| + |0,0| + |-5,8| + |-2,1| = 68,2kN$$

3. szint:

$$F = |44,8| + |-18,3| + |-2,3| + |2,3| = 67,7kN$$

4. szint:

$$F = |23,9| + |-18,3| + |6,5| + |-1,5| = 50,2kN$$

### 3. példa: négyszintes keret

Helyettesítő nyíróerők összegzése (SRSS):

1. szint:

$$F = \sqrt{68,5^2 + 18,3^2 + 4,2^2 + 0,8^2} = 71,0kN$$

2. szint:

$$F = \sqrt{60,3^2 + 0,0^2 + (-5,8)^2 + (-2,1)^2} = 60,6kN$$

3. szint:

$$F = \sqrt{44,8^2 + (-18,3)^2 + (-2,3)^2 + 2,3^2} = 48,5kN$$

4. szint:

$$F = \sqrt{23,9^2 + (-18,3)^2 + 6,5^2 + (-1,5)^2} = 30,8kN$$



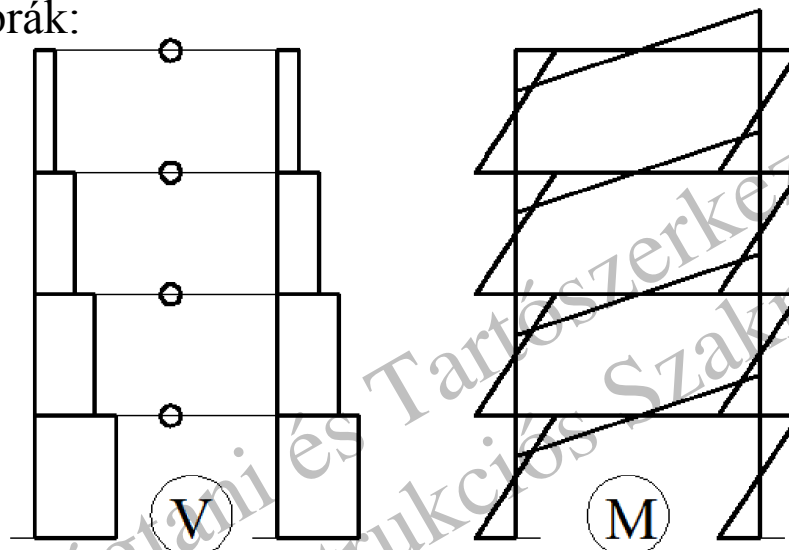
### 3. példa: négy szintes keret

Helyettesítő nyíróerők összehasonlítása:

[kN]	ABSSUM	SRSS	CQC
1. szint	91,8	71,0	...
2. szint	68,2	60,6	...
3. szint	67,7	48,5	...
4. szint	50,2	30,8	...

### 3. példa: négyszintes keret

Nyíróerő- és nyomatékábrák:



	V [kN]	M [kNm]
1. szint	$71,0/2 = 35,5$	$35,5 \cdot 3,50/2 = 62,1$
2. szint	$60,6/2 = 30,3$	$30,3 \cdot 3,50/2 = 53,0$
3. szint	$48,5/2 = 24,3$	$24,3 \cdot 3,50/2 = 42,5$
4. szint	$30,8/2 = 15,4$	$15,4 \cdot 3,50/2 = 27,0$

### 3. példa: négyszintes keret

Alapnyíróerők, földrengésterhek, helyettesítő nyíróerők (helyettesítő terhek módszerével):

$$F_b = 80000 \cdot 0,96 = 76800N = 76,80kN$$

$$p_1 = \frac{3,5 \cdot 20000}{(3,5 + 7,0 + 10,5 + 14,0) \cdot 20000} \cdot 76,8 = 7,7kN$$

$$p_2 = 15,4kN$$

$$p_3 = 23,0kN$$

$$p_4 = 30,7kN$$

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} 7,7 + 15,4 + 23,0 + 30,7 \\ 15,4 + 23,0 + 30,7 \\ 23,0 + 30,7 \\ 30,7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 76,8 \\ 69,1 \\ 53,7 \\ 30,7 \end{bmatrix} kN$$

### 3. példa: négyszintes keret

VEM megoldás menete (AxisVM 12):

rezgésvizsgálat

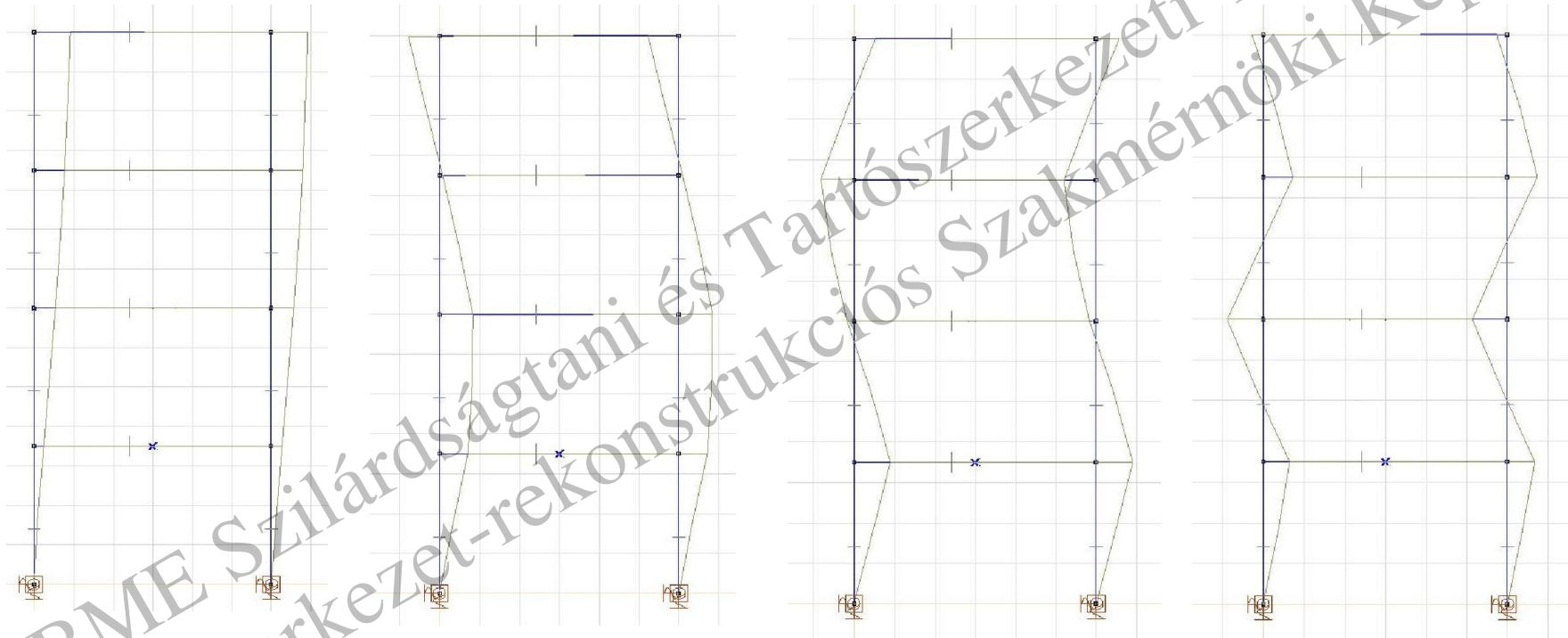
földrengésteher definiálása

lineáris statikai számítás

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék  
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

# 3. példa: négyszintes keret

Rezgésvizsgálat:



1. alak

$T = 1,401 \text{ s}$

2. alak

$T = 0,462 \text{ s}$

3. alak

$T = 0,278 \text{ s}$

4. alak

$T = 0,213 \text{ s}$

# 3. példa: négyszintes keret

Földrengésteher definiálása:

The screenshot shows the 'Földrengés' (Earthquake) software interface. At the top, there are flags for Hungary and the European Union. The 'Vizsgálat' (Exam) is set to 'Lineáris' (Linear) and the 'Eset' (Case) is 'ST1'. Under 'Paraméterek (Eurocode [H])',  $\gamma_1 = 1$  and  $q_d = 1,5$  are specified. The 'Spektrum (vízszintes)' (Horizontal spectrum) tab is selected. The 'Tervezési spektrum' (Design spectrum) is set to '<Paraméteres alak>' (Parametric form). A table of soil types is shown on the left, with 'B Type 1' selected. The design spectrum graph plots  $S_d$  [m/s<sup>2</sup>] against  $T$  [s], showing a peak of 2,740 at  $T = 0,150$  s and a value of 1,096 at  $T = 0,274$  s. Other parameters include  $a_{gR} = 1,370$ ,  $q = 1,5$ ,  $S = 1,2$ ,  $T_B = 0,150$ ,  $T_C = 0,500$ ,  $T_D = 2,000$ , and  $\beta = 0,2$ . The 'OK' and 'Mégsem' (Cancel) buttons are at the bottom.

Talajtípus	Typus
A	Type 1
B	Type 1
C	Type 1
D	Type 1
E	Type 1
A	Type 2
B	Type 2
C	Type 2
D	Type 2
E	Type 2

Parameter	Value
$a_{gR}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,370
$q$	1,5
$S$	1,2
$T_B$ [s]	0,150
$T_C$ [s]	0,500
$T_D$ [s]	2,000
$\beta$	0,2

$T$ [s]	$S_d$ [m/s <sup>2</sup> ]
0,150	2,740
0,274	1,096

# 3. példa: négyszintes keret

Földrengésteher definiálása:



1. alak

2. alak

3. alak

4. alak

### 3. példa: négy szintes keret

Helyettesítő nyíróerők összehasonlítása:

[kN]	modálanalízis (SRSS)	helyettesítő terhek módszere	VEM
1. szint	71,0	76,8	72,7
2. szint	60,6	69,1	62,3
3. szint	48,5	53,7	50,3
4. szint	30,8	30,7	33,3