

Öszvérszerkezetek

2. előadás

EC4 számítási alapok,
Szilárdsági méretezés EC4 szerint,
Öszvér gerendák kifordulása
1. mintapélda gerenda THÁ

készítette: Dr. Kovács Nauzika

2012.10.05.

Tartalom

- EC4 alapok
 - Beton berepedése
 - Együttdolgozó szélesség
 - Tartós terhek: kúszás, zsugorodás
- Gerenda szilárdsági méretezés EC4 szerint
 - Km. osztályozás
 - Képlékeny nyomatéki ellenállás
 - Hajlítás és nyírás
- Öszvér gerendák kifordulása
- 1. mintapélda – gerenda méretezése THÁ-ban

EC4 számítási módszerének alapjai

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

EC4 méretezési elvei

Igénybevétel számítás:

- elsőrendű vagy másodrendű számítás,
- beton berepedés hatását figyelembe kell venni,
- beton kúszását figyelembe kell venni,
- rugalmas globális analízis vagy képlékeny számítás,
- nyírási deformációkat figyelembe kell venni,
- építéstechnológia hatását figyelembe kell venni.

Ellenállás számítás:

- rugalmas, képlékeny vagy nemlineáris alapon számolható,
- húzott beton hatása elhanyagolható,
- nyomott vasalás hatása elhanyagolható.

Beton berepedésének hatása

Közbenső támasz környezete:

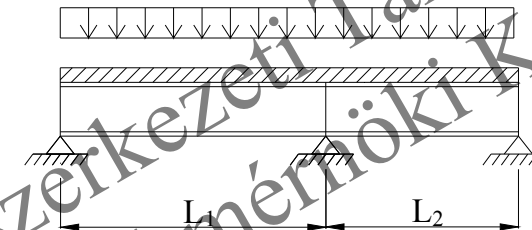
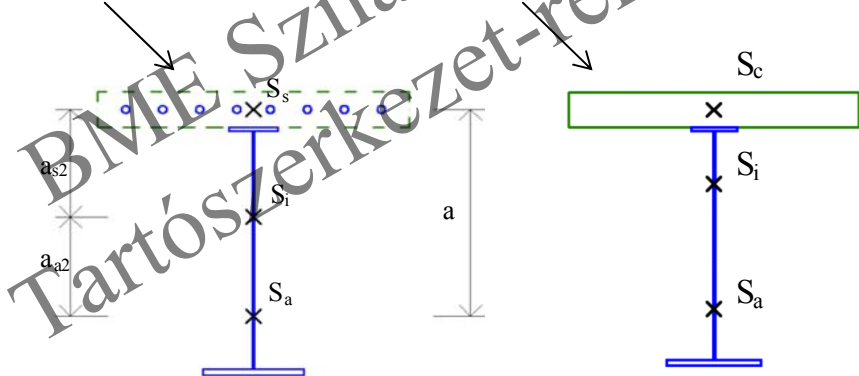
1. mértékadó igv. burkoló ábra karakterisztikus kombinációban
 $E_a I_1$ repedésmentes km-t feltételezve.

2. Bereped a beton, ha a $\sigma_c \geq 2f_{cm}$



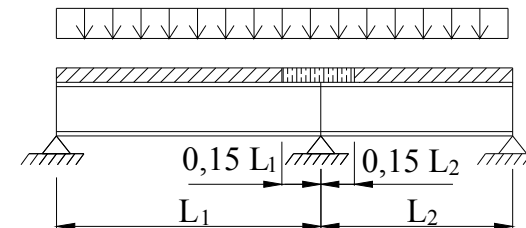
3. Berepedt analízis

$E_a I_2$ a berepedt szakaszon, $E_a I_1$ nem berepedt szakaszon



$E_a I_1$

repedés mentes analízis



$E_a I_1$

$E_a I_2$

$E_a I_1$

berepedt analízis

Együttdolgozó szélesség

Definíció:

Betonövek nyírás torzulását figyelembe venni.

egyidejű hajlítás és nyírás ($M+V$)



nyírás deformációk,



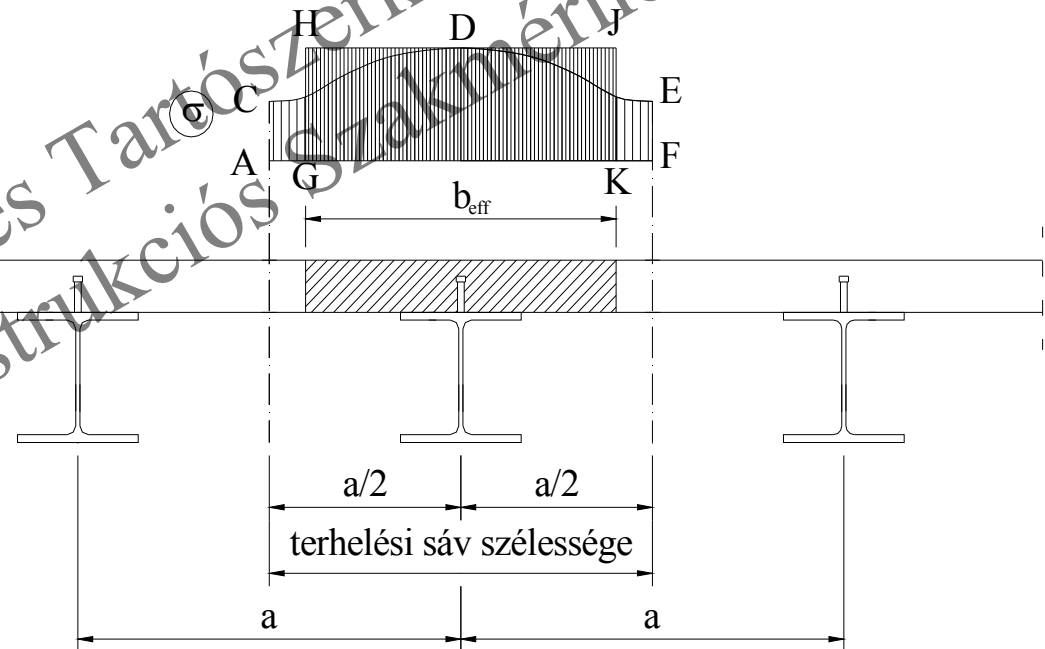
sík km. elve nem érvényes,



hosszirányú normálfeszültség eloszlás
nem egyenletes (A-C-D-E-F),



b_{eff} effektív hosszban egyenletes
feszültségeloszlással számolunk (G-H-J-K).



Együttdolgozó szélesség

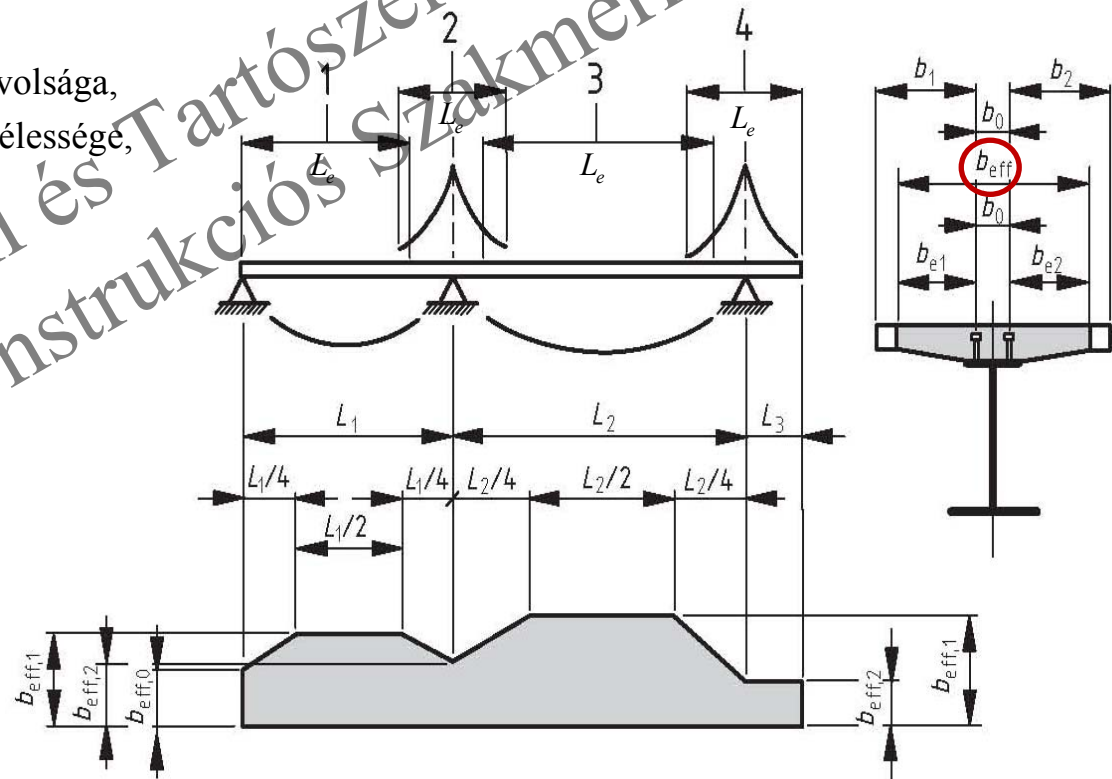
Számítása:

Egy acél főtartóhoz tartozó együttdolgozó szélesség

$$b_{eff} = b_o + \Sigma b_{ei}$$

b_o a nyírt kapcsolóelemek tengelytávolsága,
 $b_{ei} = L_e / 8$ az egyes részek együttdolgozó szélessége,
 L_e nyomatéki nullpontok távolsága.

- 1 $L_e = 0,85L_1$, $b_{eff,1}$ esetén
- 2 $L_e = 0,25(L_1 + L_2)$, $b_{eff,2}$ esetén
- 3 $L_e = 0,7L_2$, $b_{eff,1}$ esetén
- 4 $L_e = 2L_3$, $b_{eff,2}$ esetén



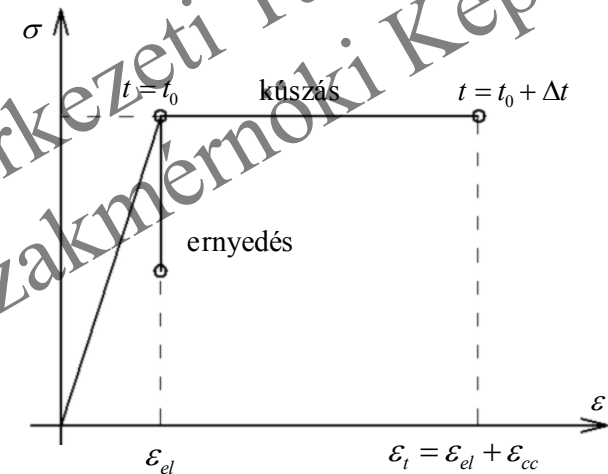
Hatások jellegének figyelembe vétele

Kúszás jelensége:

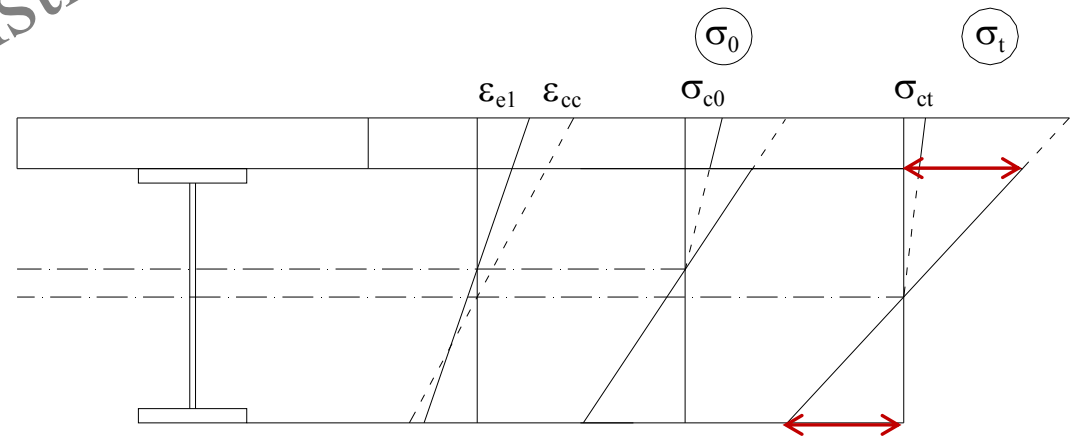
Betonövek időtől függő alakváltozása: $\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{cc} + \varepsilon_{cs}$

\swarrow \swarrow \swarrow
 rugalmas kúszás zsugorodás

csak beton szerkezet \longrightarrow tiszta kúszás: csak alakváltozás,
 beton+acél szerkezet \longrightarrow gátolt kúszás: alak- és feszültségváltozás.



$\varepsilon_t = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{cc} \longrightarrow \sigma_{a0} > \sigma_{ct}$
 $\sigma_{a0} < \sigma_{at}$



Hatások jellegének figyelembe vétele

Kúszás számításba vétele:

Kúszás függvény: $\varepsilon_{cc}(t) = \varphi(t) \cdot \varepsilon_{el}$
 $\varepsilon(t) = \varepsilon_{el} \cdot (1 + \varphi(t))$

Fritz módszer (közelítő megoldás):

betont képzelt rugalmassági modulussal vesszük figyelembe:

$$E_{ct} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t)}$$

↓

öszvérhatás miatti korrekció:

$$E_{ct} = \frac{E_{cm}}{1 + \psi_L \cdot \varphi(t)}$$

Ideális keresztmetszeti jellemezők (homogenizálás)

pillanatnyi terhekre:

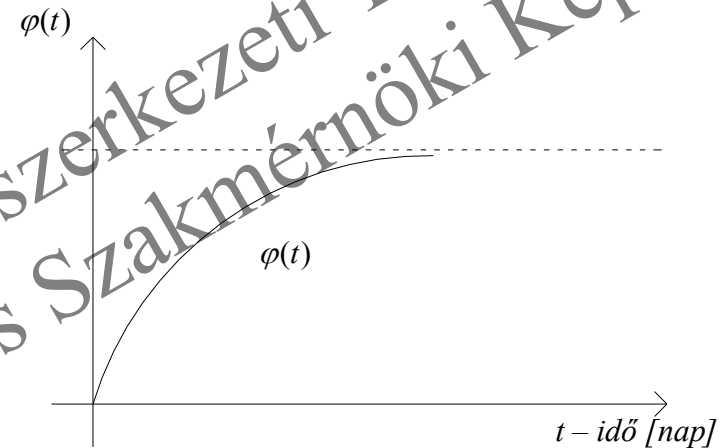
$$n_0 = E_a / E_{cm}$$

$$I_{i0} = I_a + \underbrace{I_c}_{n_0} + A_a \cdot a_{a0}^2 + \underbrace{A_c}_{n_0} \cdot a_{c0}^2$$

tartós terhekre:

$$n_L = n_0 (1 + \psi_L \phi_t)$$

$$I_{i\infty} = I_a + \underbrace{I_c}_{n_L} + A_a \cdot a_{a\infty}^2 + \underbrace{A_c}_{n_L} \cdot a_{c\infty}^2$$



magasépítésben:

$$E_{c,eff} = E_{cm} / 2$$

ϕ_t : a $\phi_t(t, t_0)$ kúszási tényező, (ϕ_t a kúszás végértéke),

ψ_L : kúszási szorzótényező, amely a terhelés típusától függ:

- $\psi_L = 1,1$ állandó terhekhöz,
- $\psi_L = 0,55$ zsugorodás elsődleges és másodlagos hatása esetén,
- $\psi_L = 1,5$ terhelő alakváltozással való feszítés esetén⁹

Hatások jellegének figyelembe vétele

Zsugorodás jelensége:

Beton kötése, szilárdulása \longrightarrow vízvesztés \longrightarrow zsugorodás

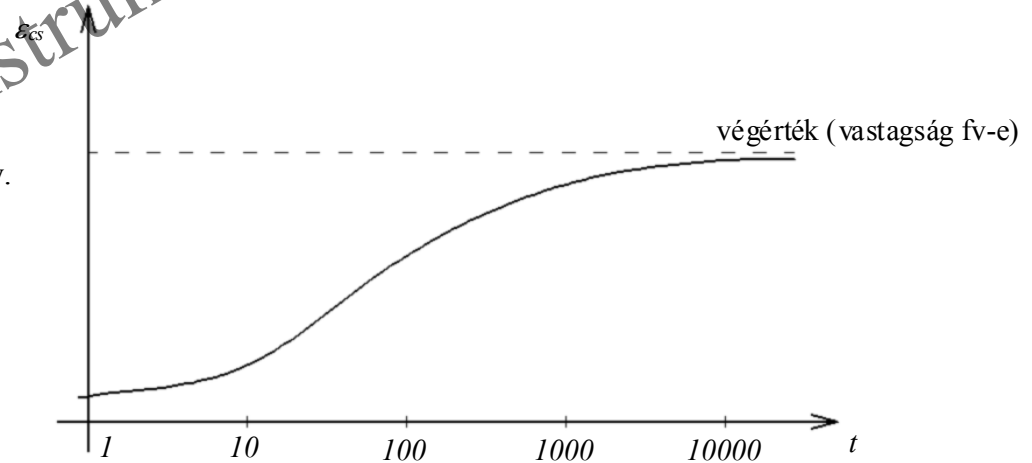
függ:

- beton szilárdság,
- víz/cement tényező,
- nedvességtartalom,
- utókezelés.

zsugorodási alakváltozás:

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cs} \cdot k_s$$

$\varepsilon_{cs} = 0,0003$ zsugorodás végértéke,
 k_s időben változást leíró függvény.

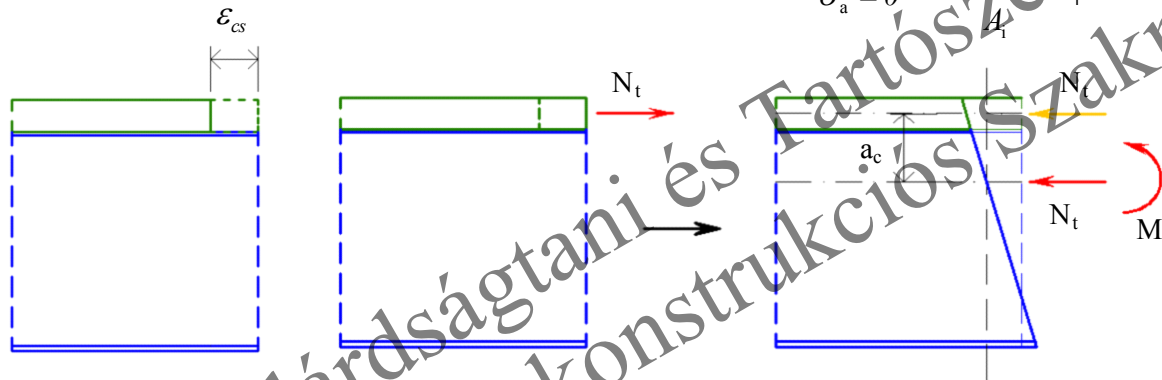


Hatások jellegének figyelembe vétele

Zsugorodás számításba vétele:

Elsődleges hatás: statikailag határozott tartó:

terhelő nyúlás hatása (beton hideg) $\varepsilon_t \rightarrow \varepsilon_{cs} \rightarrow$

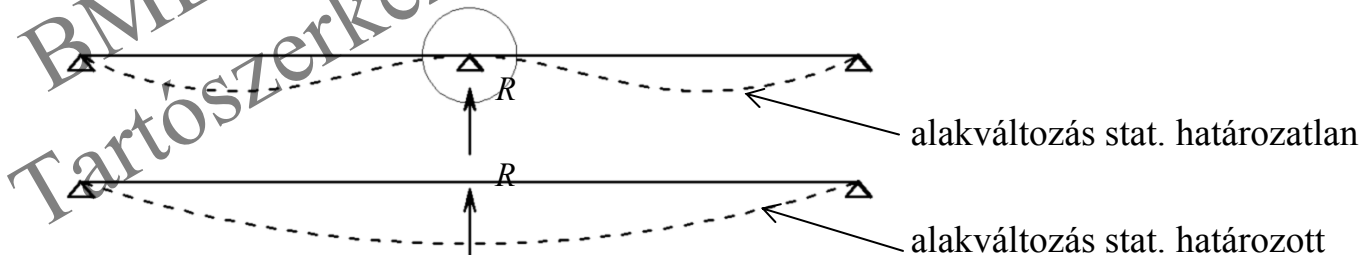


$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_{cs} - \frac{A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_{cs}}{n \cdot A_s} + \frac{A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_{cs} \cdot a_c \cdot z}{n \cdot I_i}$$

$$\sigma_a = 0 - \frac{A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_{cs}}{A_s} + \frac{A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_{cs} \cdot a_c \cdot z}{I_i}$$

Másodlagos hatás: statikailag határozatlan tartó: $R \rightarrow M \rightarrow \sigma_c \sigma_a$

R reakcióerőből igénybevételel kell számolni és ebből meghatározni a feszültségeket



Szilárdsági méretezés EC4 szerint

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

Keresztmetszetek osztályozása

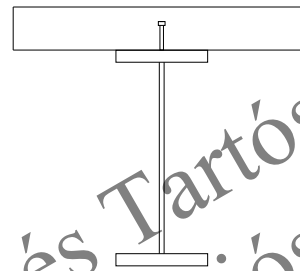
Osztályozás módszere:

EC3 módszere alkalmazható:

Kibetonozás nélküli gerendák:

feszültségeloszlást az acél tartóban :

- építési sorrend,
- kúszás,
- zsugorodás.
- húzott beton elhanyagolható.



- felső öv 1. km. osztály ← vb. lemez megtámasztja,
- gerinc osztályozás, mint acél szelvény
feszültségeloszlás alapján,
- alsó öv húzott.

Kibetonozott gerendák:

		<p>Feszültségeloszlás (nyomás pozitív)</p>
Keresztmetszeti osztály	Típus	Korlát
1	(1) hengerelt vagy (2) hegesztett	$c/t \leq 9\varepsilon$
2		$c/t \leq 14\varepsilon$
3		$c/t \leq 20\varepsilon$

Keresztmetszet hajlítási ellenállása

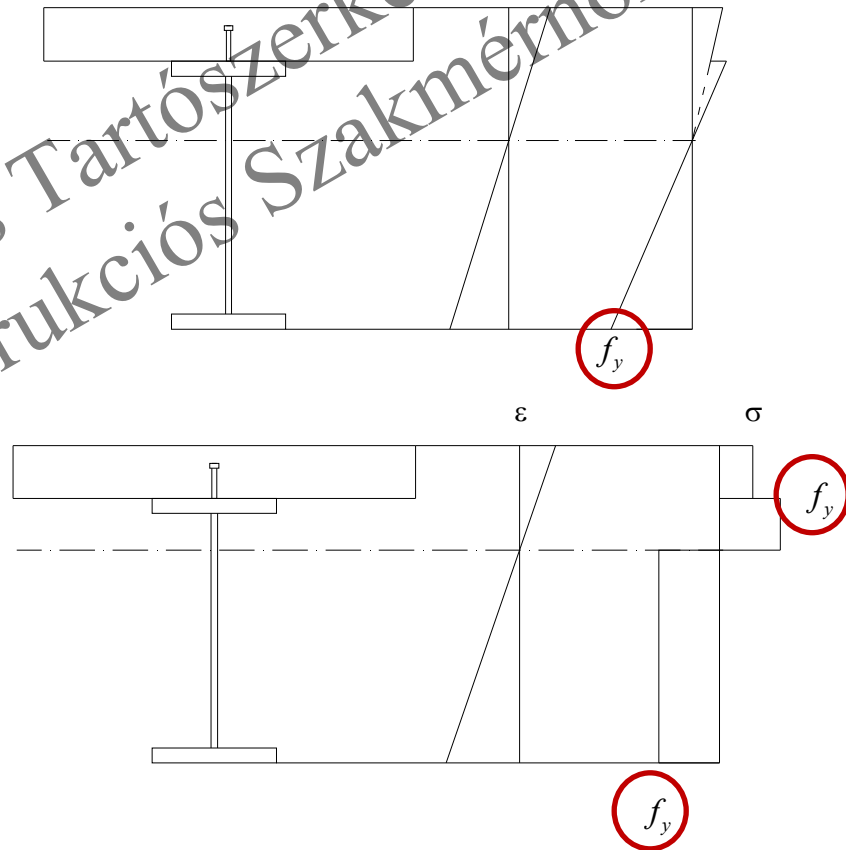
Körbepetonozás nélküli gerendák:

Rugalmas elv:

- első folyás határállapota,
- (1., 2.,) 3. vagy 4. km. osztály esetén,
- rugalmas feszültségeloszlást feltételez,
- lásd hagyományos számítás – 1. ea.

Képlékeny elv:

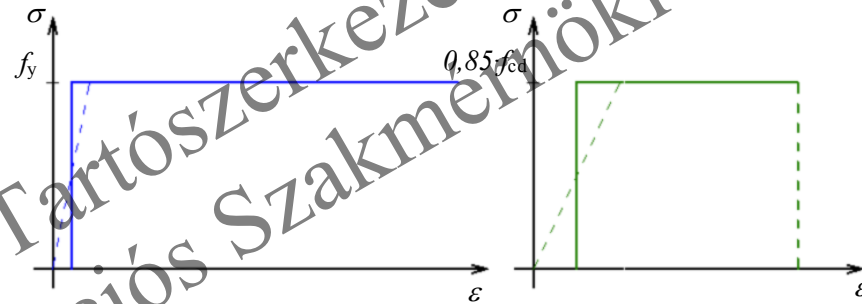
- teljes km. képlékeny állapotban van,
- 1. vagy 2. km. osztály esetén használható,
- igénybevétel átrendezésre van lehetőség.



Képlékeny nyomatéki ellenállás

Általános feltételek – teljes nyírt kapcsolat:

- merev képlékeny anyagmodell,
- **teljes együttdolgozás:** beton, acél, betonacél között,
- beton - képlékeny semleges tengely felett $0,85f_{cd}$,
 - húzott beton elhanyagolható,
- betonacél - folyáshatár f_{sd} ,
 - nyomott elhanyagolható,
- acélkm. - folyáshatár f_{yd} (húzás és nyomás esetén)

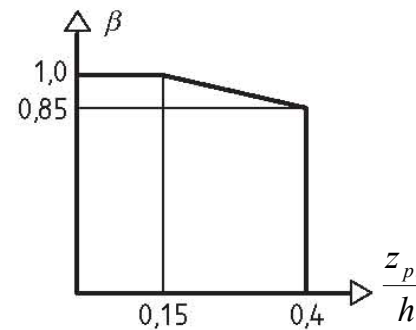


S235-S355 anyagnál $\rightarrow M_{pl,Rd}$

S420-S460 anyagnál $\rightarrow \beta \cdot M_{pl,Rd}$, β csökkentő tényező

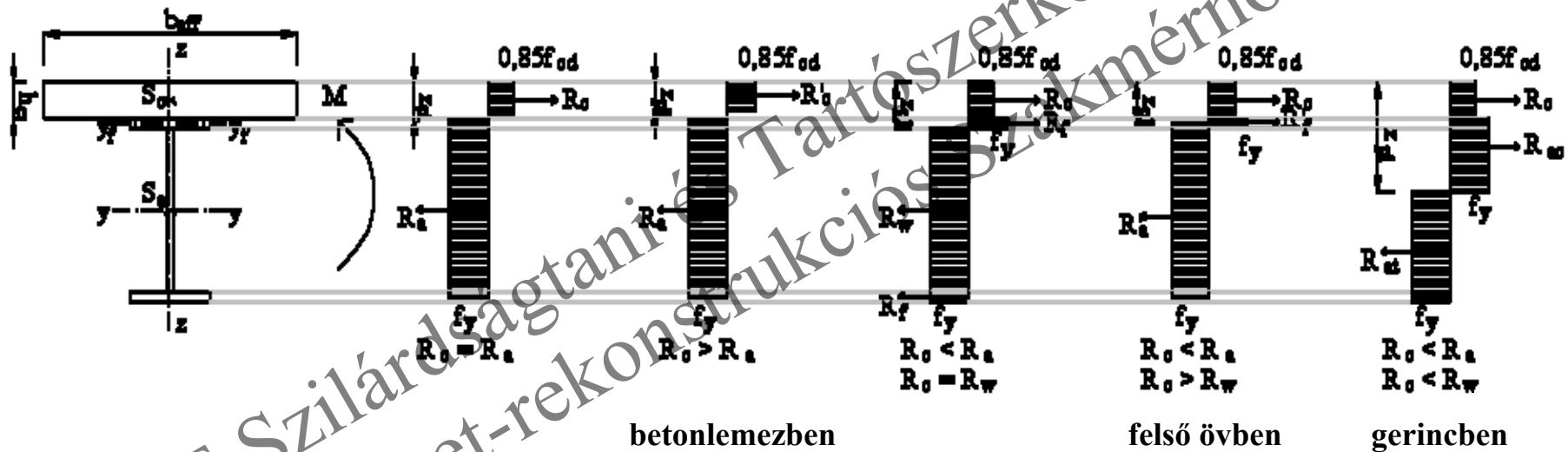
z_{pl} képlékeny semleges tengely helye,

h öszvér gerenda magassága.



Semleges tengely helyzete

Mezőben:



$$R_0 = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_c \cdot b_{eff}$$

b_{eff} effektív szélességű, h_c vastagságú betonlemez nyomási ellenállása,

$$R_a = A_a \cdot f_s$$

A_a keresztmetszetű acél szelvény húzási/nyomási ellenállása,

$$R_w = A_w \cdot f_y$$

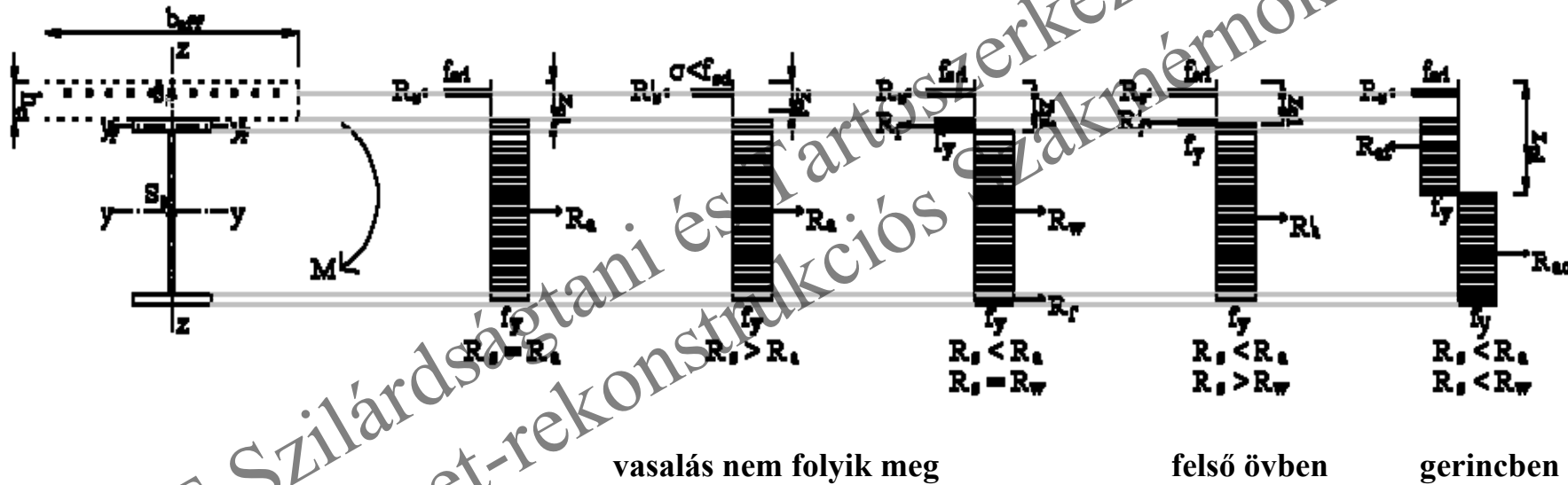
az acél szelvény A_w gerincének húzási/nyomási ellenállása.

$$R_s = A_s \cdot f_{sd}$$

b_{eff} effektív szélességű betonlemezben elhelyezett A_s keresztmetszeti területű vasalás húzási ellenállása,

Semleges tengely helyzete

Közbenső támasznál:



$$R_s = A_s \cdot f_{sd}$$

$$R_a = A_a \cdot f_y$$

$$R_w = A_w \cdot f_y$$

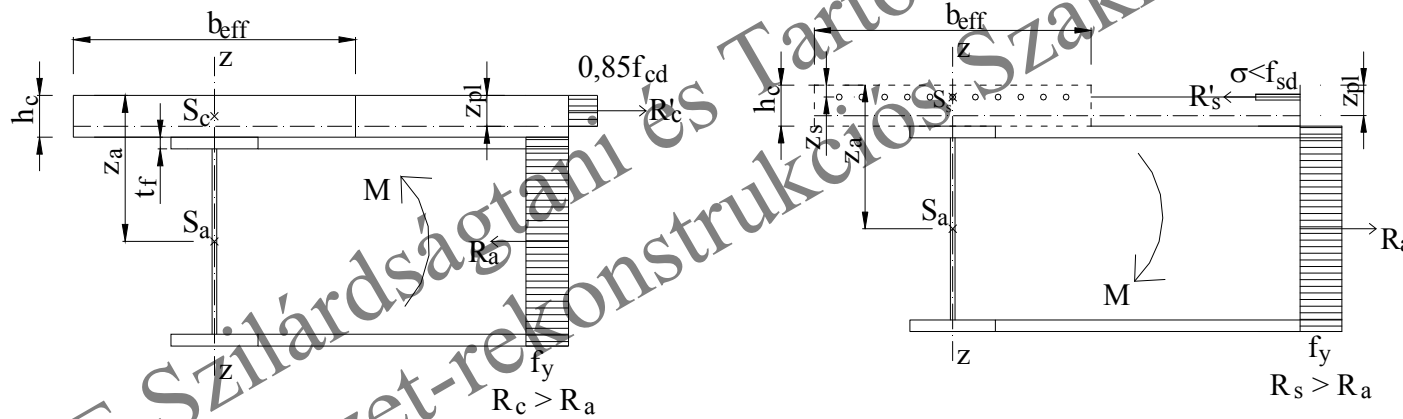
b_{eff} effektív szélességű betonlemezben elhelyezett A_s keresztmetszeti területű vasalás húzási ellenállása,
 A_a keresztmetszetű acél szelvény húzási/nyomási ellenállása,
 az acél szelvény A_w gerincének húzási/nyomási ellenállása.

Képlékeny nyomatéki ellenállás

Mezőben és támasznál:

Vetületi egyenlet $\rightarrow z_{pl}$ képlékeny semleges tengely helye

Nyomatéki egyenlet $\rightarrow M_{pl,Rd}$ képlékeny nyomatéki ellenállás



mezőben

Vetületi egyenlet:

$$R'_c - R_a = 0$$

Nyomatéki egyenlet

$$M_{pl,Rd} = R_a \left(z_a - \frac{z_{pl}}{2} \right)$$

támasznál

$$R_a - R'_s = 0$$

$$M_{pl,Rd} = R_a (z_a - z_s)$$

Képlékeny nyomatéki ellenállás

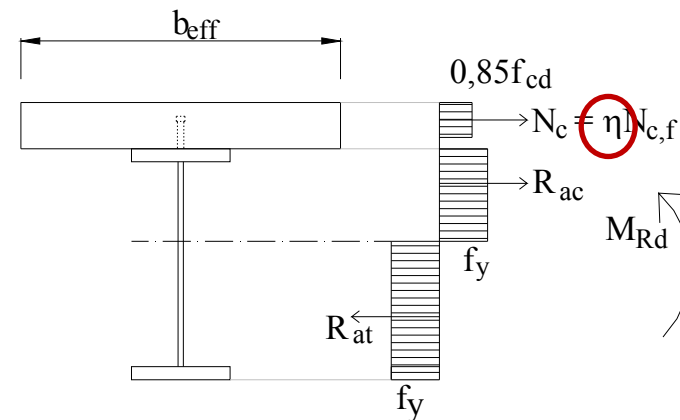
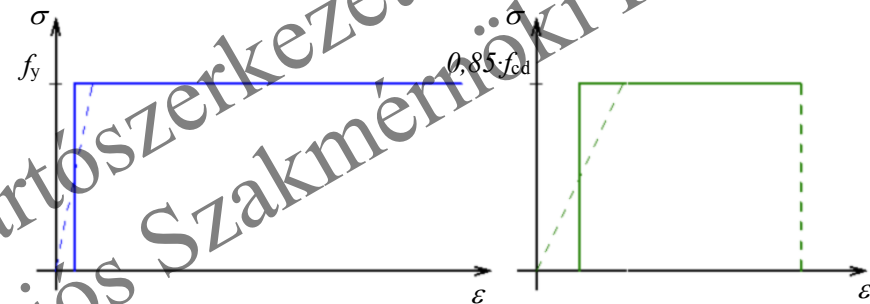
Részleges nyírt kapcsolat:

- merev képlékeny anyagmodell,
- **részleges együttdolgozás**: beton, acél, betonacél között,
- beton redukált normálerő: N_c

$$N_{c,f} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot h_c \text{ teljes nyír kapcsolat esetén}$$

$$\eta = N_c / N_{c,f} \text{ kapcsolat fokszáma}$$

↓
képlékeny semleges tengely helyzete



Képlékeny nyomatéki ellenállás

Részleges nyírt kapcsolat:

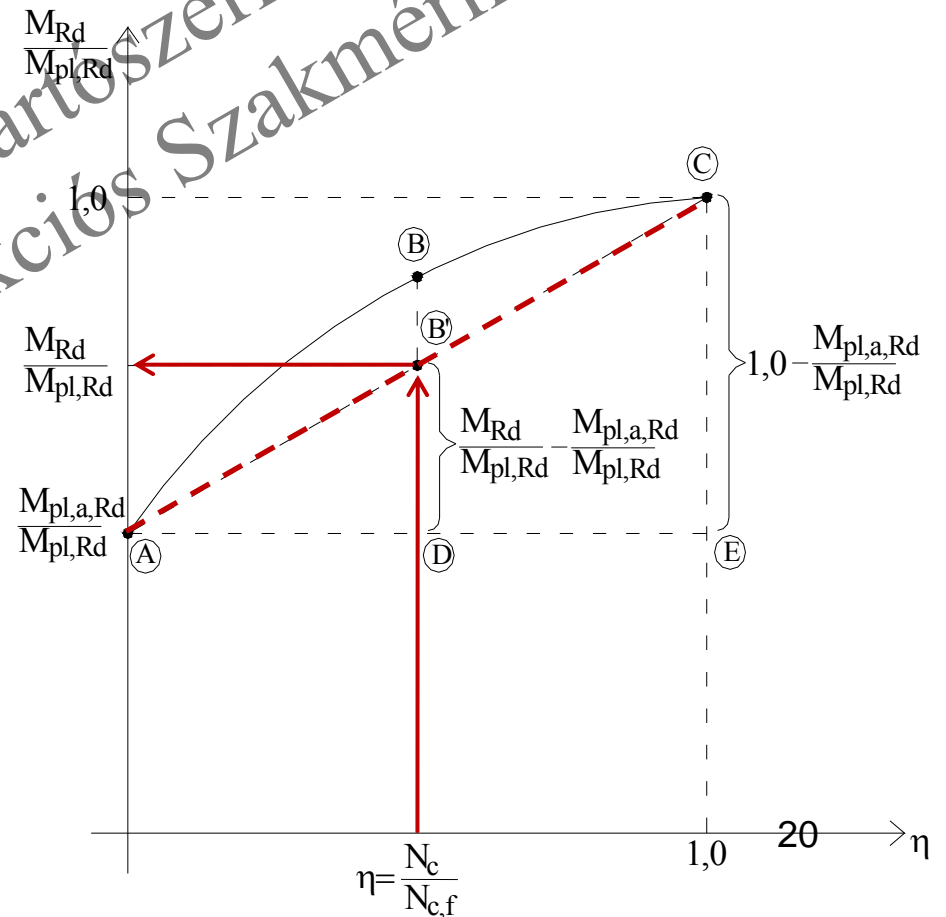
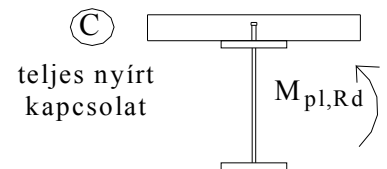
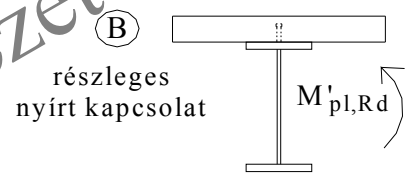
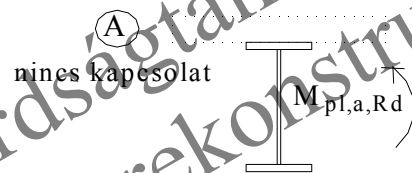
- η fokszerű, részleges nyírt kapcsolattal rendelkező ösvér gerenda képlékeny nyomatéki ellenállása:

$$M_{Rd} = M_{pl,a,Rd} + (M_{pl,Rd} - M_{pl,a,Rd}) \cdot \underbrace{N_c / N_{c,f}}_{\text{kapcs. fokszáma}}$$

acél szelvény
képl. nyom. ell.

teljes nyírt kapcs.
ösvér szelvény
képl. nyom. ell.

kapcs. fokszáma



Nemlineáris nyomatéki ellenállás

Általános feltételek:

- bi-lineáris anyagmodell,
- sík km. elve érvényes,
- acél szelvény 1. vagy 2. km. osztályba tartozik

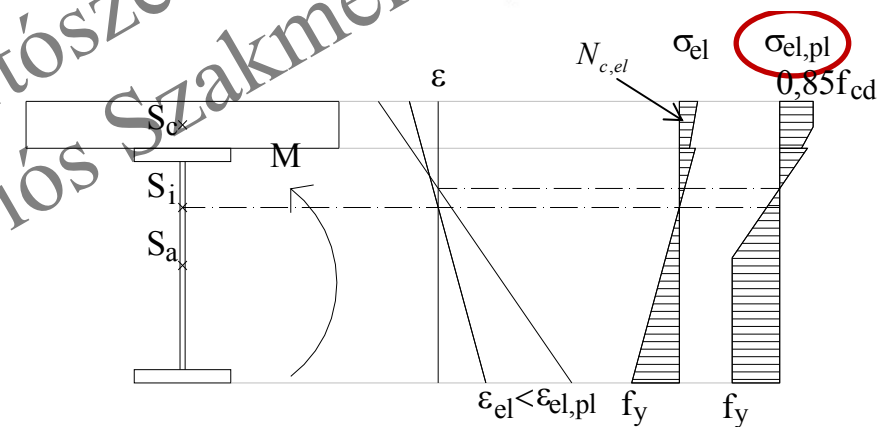
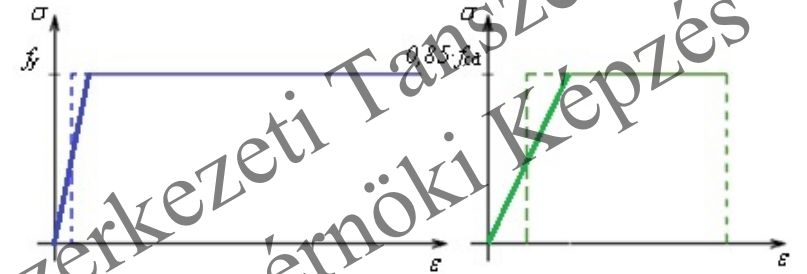
↓
- nemlineáris nyomatéki ellenállás $\sigma_{el,pl}$ ábra alapján

↑
rugalmas-képlékeny feszültségeloszlás



teljes aláállványozás

szabad szerelés



$$M_{Rd} = M_{a,Ed} + (M_{el,Rd} - M_{a,Ed}) \frac{N_c}{N_{c,el}} \quad \text{ha} \quad N_c \leq N_{c,el}$$

$$M_{Rd} = M_{el,Rd} + (M_{pl,Rd} - M_{el,Rd}) \frac{N_c - N_{c,el}}{N_{c,f} - N_{c,el}} \quad \text{ha} \quad N_{c,el} \leq N_c \leq N_{c,f}$$

Rugalmas nyomatéki ellenállás

Általános feltételek:

- lineáris anyagmodell,
- sík km. elve érvényes,
- acél szelvény 1. – 3. (4.) km. osztályba tartozik



feszültség számítás (lásd hagyományos számítás)

feszültség az acélban:

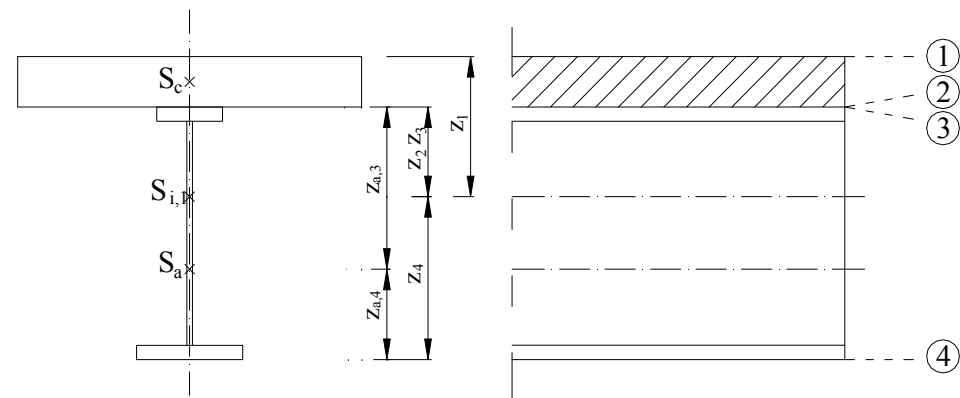
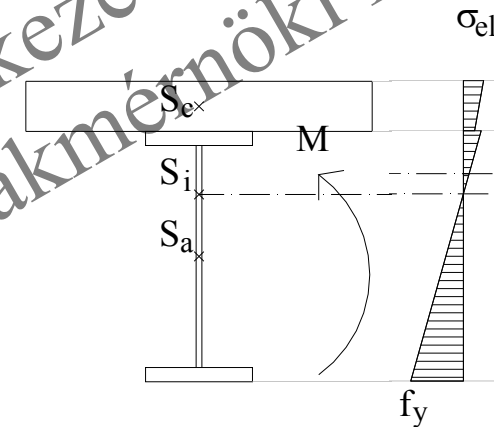
$$\sigma_a = \frac{M_{Ed}^+}{I_{i0}} \cdot z_3, \quad \sigma_a = \frac{M_{Ed}^+}{I_{i0}} \cdot z_4$$

feszültség a betonban:

$$\sigma_c = \frac{M_{Ed}^+}{I_{i0,1} \cdot n_0} \cdot z_1, \quad \sigma_c = \frac{M_{Ed}^+}{I_{i0,1} \cdot n_0} \cdot z_2$$

ellenőrzés:

$$\sigma_a < \frac{f_{yd}}{\gamma_{M0}} \quad \sigma_c < \frac{f_{cd}}{\gamma_{M0}}$$



Nyírási ellenállás

Képlékeny:

- öszvér km. képlékeny nyírási ellenállása $V_{pl,Rd}$
vasbeton lemez hozzájárulása elhanyagolható

$$V_{pl,Rd} = \min \left(\begin{array}{l} V_{pl,a,Rd} \\ V_{b,Rd} \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{acél km. képlékeny nyírási ellenállása} \\ \text{acél km. nyírási horpadási ellenállása} \end{array}$$

Rugalmas:

$$\tau_a < \frac{f_{yd}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$$

$$\tau_a = \frac{V_{Ed} \cdot S_{i0}}{I_i \cdot t_w} \text{ nyírófeszültség az ideális km.-ben}$$

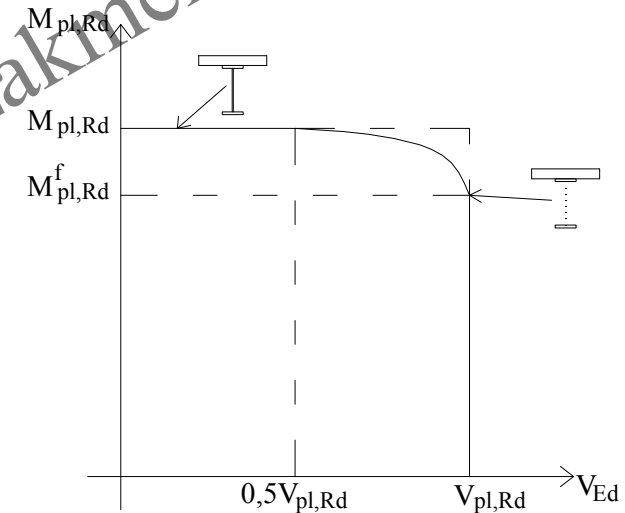
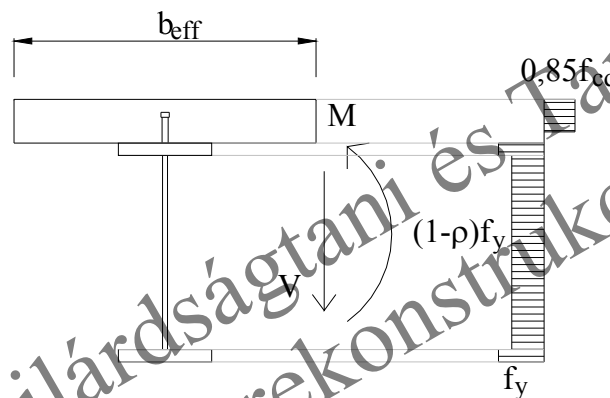
BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

Hajlítás és nyírás kölcsönhatása

Képlékeny:

- ha $V_{Ed} \geq 0,5 \cdot V_{Rd}$ interakciót figyelembe kell venni az $M_{pl,Rd}$ nyomatéki ellenállás számításánál,
- nyírt területen egy $(1-\rho) \cdot f_y$ csökkentett folyáshatárral kell számítani a nyomatéki ellenállást

$$\rho = \left(\frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{Rd}} - 1 \right)^2$$



Rugalmas:

- ellenőrzés feszültség alapon

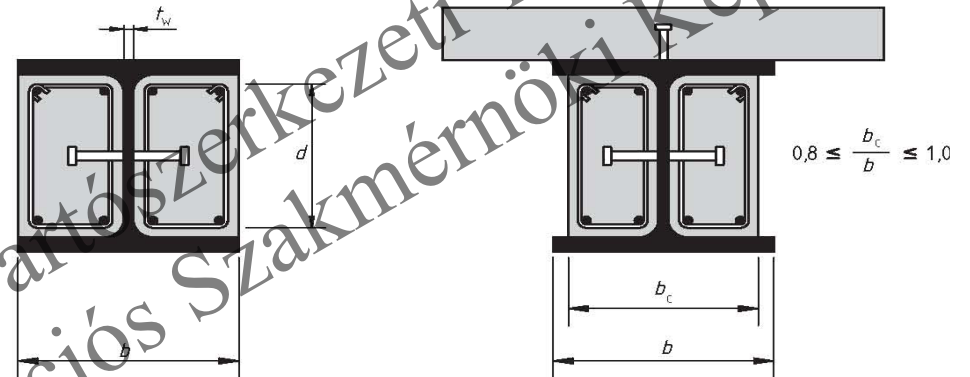
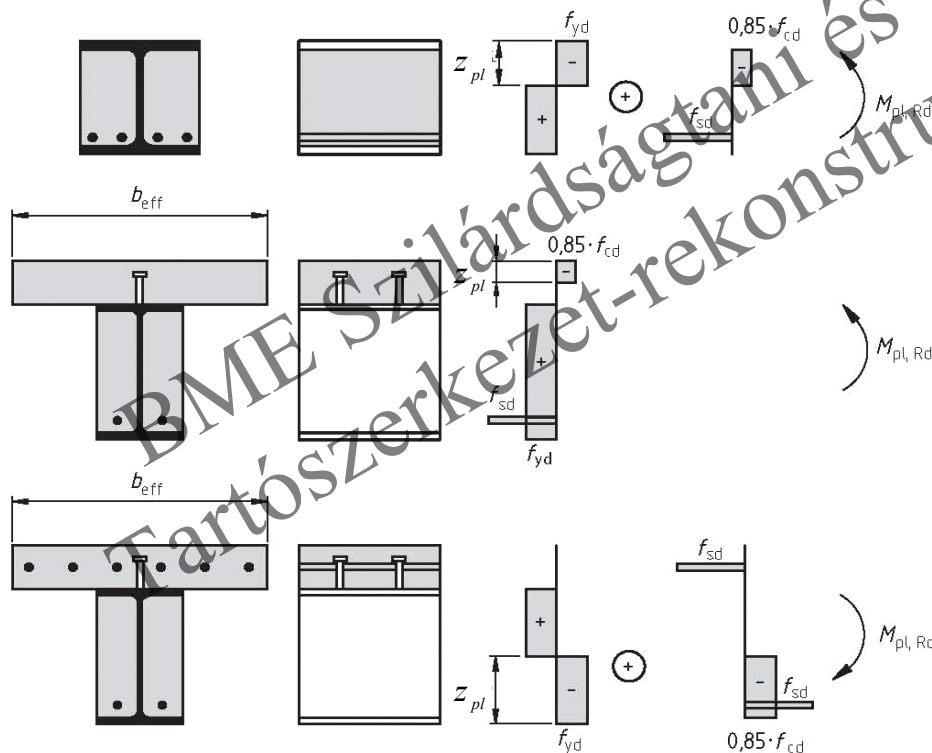
$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{\tau_a}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2} \leq 1,0$$

$$\sigma_a = \frac{M_{Ed}}{I_{i0}} \cdot z_i \quad \tau_a = \frac{V_{Ed} \cdot S_a^f}{I_{i0} \cdot t_w}$$

Körbebetonozott gerendák ellenállása

Képlékeny hajlítási ellenállás:

- 1. és 2. km. osztály.
- $d/t_w > 124 \cdot \varepsilon$ (különben rugalmas számítás)
- kibetonozás is részt vesz a teherviselésben,
- teljes nyírt kapcsolat,
- nyomott vasalás elhanyagolható a kibetonozásban,



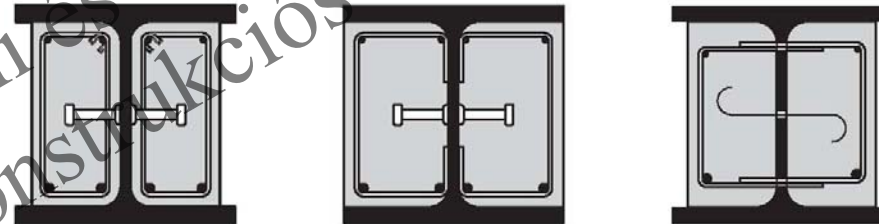
Körbebetonozott gerendák ellenállása

Képlékeny nyírási ellenállás:

- kibetonozás nyírási ellenállása figyelembe vehető, ha mértezett kengyelezés és nyírt kapcsolat van,
- számítható csak az acélszelvény ellenállásából,

$$V_{pl,Rd} = \min \left(\begin{array}{l} V_{pl,a,Rd} \\ V_{b,Rd} \end{array} \right)$$

acél km. képlékeny nyírási ellenállása
acél km. nyírási horpadási ellenállása



Hajlítás és nyírás interakció:

- ha $V_{a,Ed} \geq 0,5 \cdot V_{a,Rd}$ (acél szelvényre) az interakciót figyelembe kell venni az $M_{pl,Rd}$ nyomatéki ellenállásnál,
- számítás mint körbebetonozás nélküli szelvényeknél.

$$(1-\rho) \cdot f_y \quad \rho = \left(\frac{2 \cdot V_{a,Ed}}{V_{pl,a,Rd}} - 1 \right)^2$$

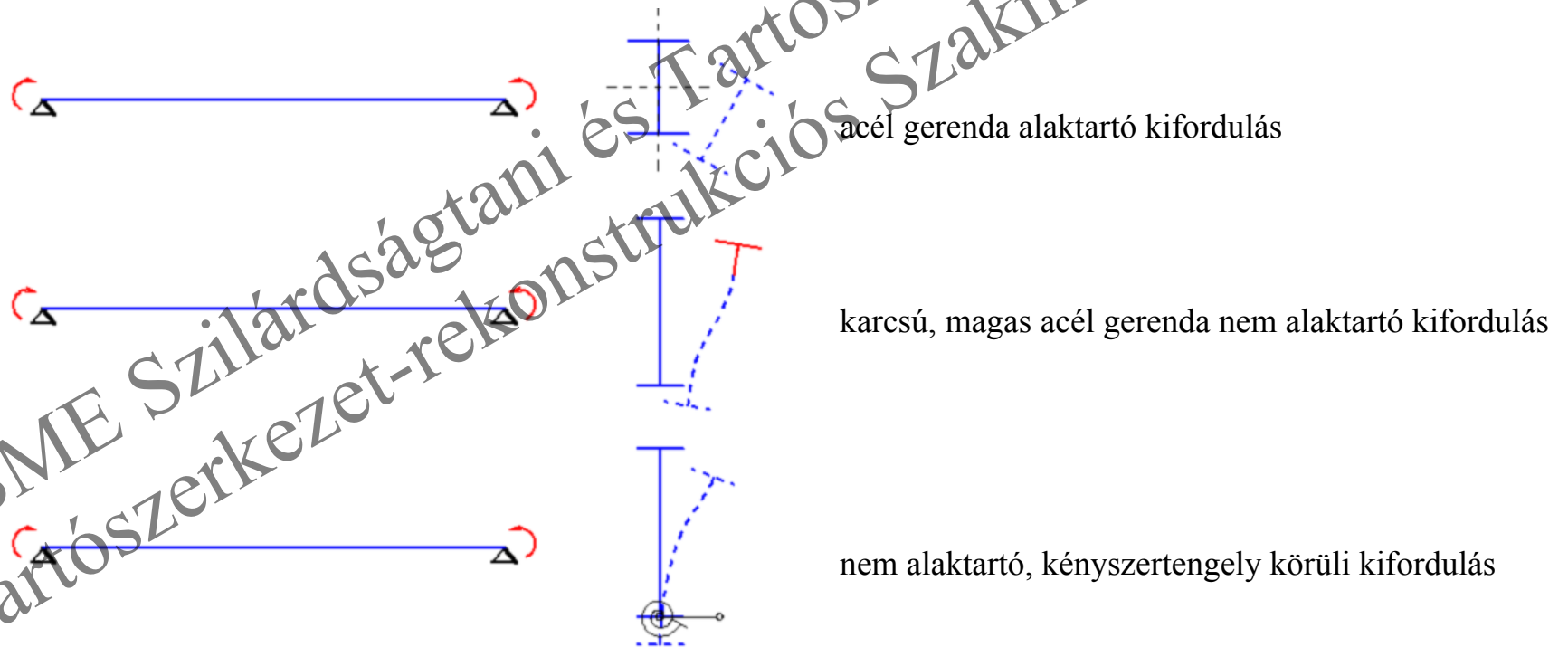
Öszvér gerendák kifordulása

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

Kifordulás jelensége

Kéttámaszú öszvér gerenda:

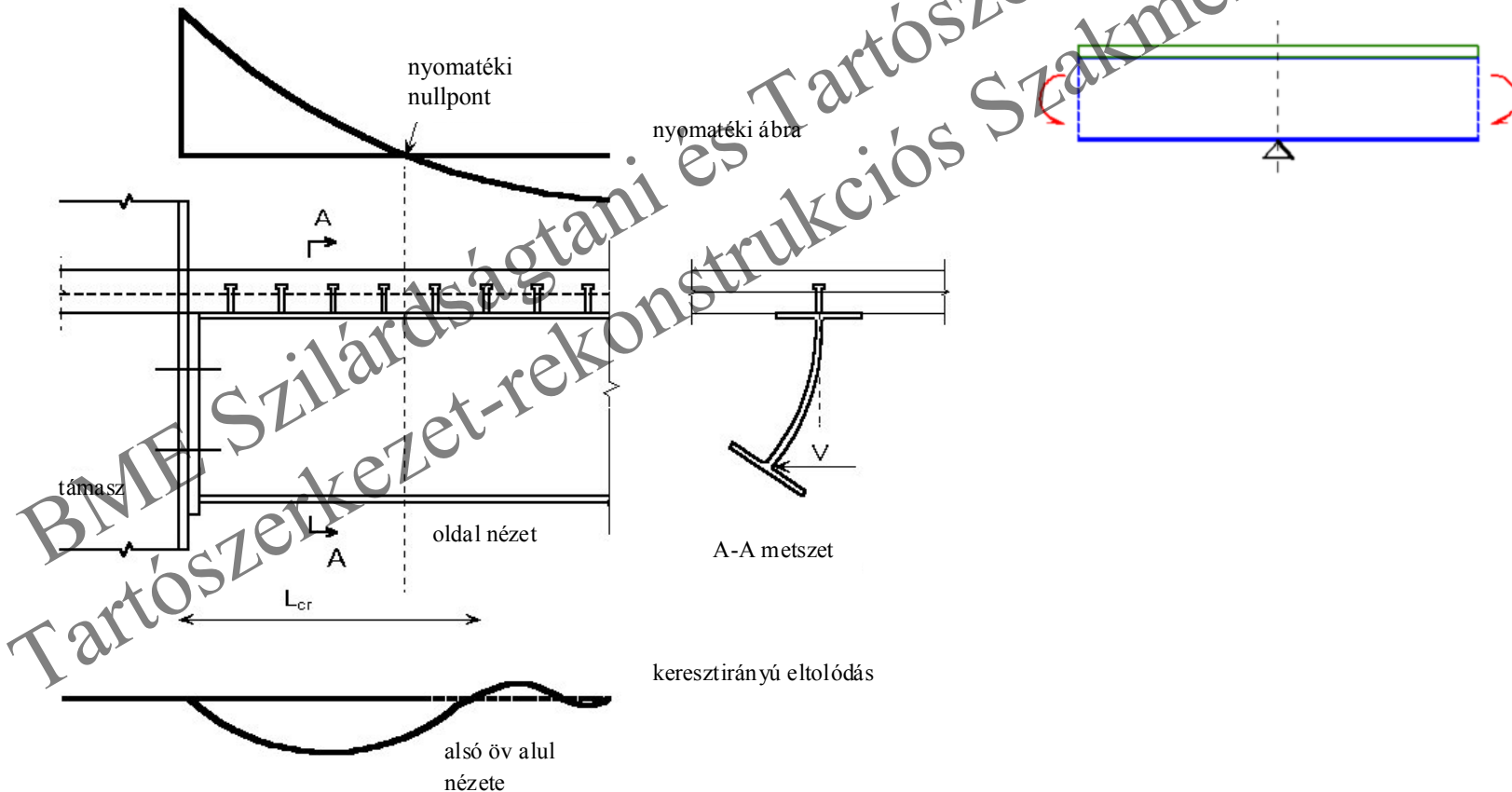
- a felső öv nyomott → építési állapotban acél szelvény kifordulás
- öszvér állapotban a nyomott öv oldalirányban megtámasztott



Kifordulás jelensége

Többtámaszú öszvér gerenda:

- építési állapot → acél gerenda kifordulása
- öszvér állapot → közbenső támasz környezet, kényszertengely körüli kifordulás



EC4 kifordulásvizsgálati módszerei

Általános stabilitásvizsgálat (EC3):

$$\frac{\chi_{op} \cdot \alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1$$

γ_{M1}

$$\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}}$$

viszonyított karcúság

$\alpha_{ult,k}$ szilárdsági teherszorzó

$\alpha_{cr,op}$ stabilitási teherszorzó, kényszertengely körüli nem alaktartó kif.

Egyszerűsített módszer (EC3):

- biztonság javára közelít \rightarrow nyomott öv kihajlása (övmerevség vizsgálat)

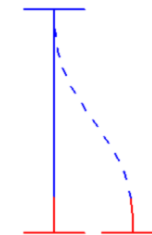
$$M_{b,Rd} = k_{fl} \cdot \chi \cdot M_{c,Rd} = \chi \cdot M_{c,Rd}$$

k_{fl}

χ

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\sqrt{\frac{A_{eff} \cdot f_y}{N_{cr}}}}$$

L_0



BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

EC4 kifordulásvizsgálati módszerei

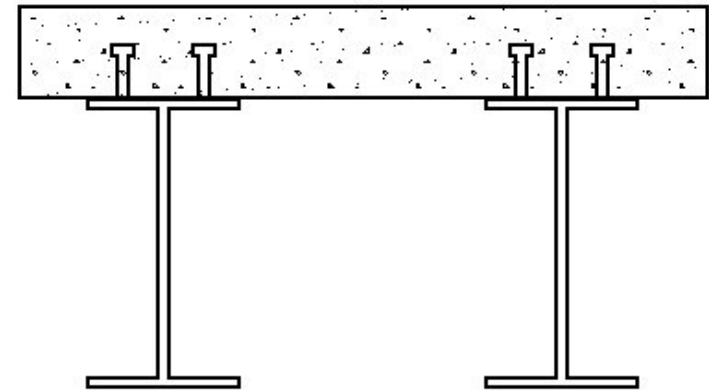
Általános kifordulásvizsgálat (EC3):

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot M_{Rd}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{Rk}}{M_{cr}}} \quad \text{viszonyított karcsúság}$$

M_{cr} meghatározása EC4 - fordított U-keret:

- 1,2,3 km. osztályú szelvényekre,
- oldalirányú megtámasztás a támaszoknál,
- gerendák (közel) párhuzamosak,
- méretezett nyírt kapcsolóelemek,
- trapézlemez a gerendákra merőlegesen dolgozik (ha van),
- gerincelemez merevített a támaszoknál,
- I-szelvény állandó keresztmetszetű hegesztett vagy hengerelt.



Fordított U-keretes módszer

M_{cr} **meghatározása:**

- helyettesíthető egy gerendával \rightarrow felső öv eltolódás és elfordulás ellen rugalmasan megtámasztott

$$M_{cr} = \frac{k_c C_4}{L} \sqrt{\left(GI_{at} + \frac{k_s L^2}{\pi^2} \right) E_a I_{afz}}$$

M_{cr} függ:

k_s **egységnyi hosszra jutó elfordulási merevség,**

$$k_s = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$$

k_1 berepedt vb. lemez hajlítási merevsége

k_2 acél gerincék hajlítómerevsége,

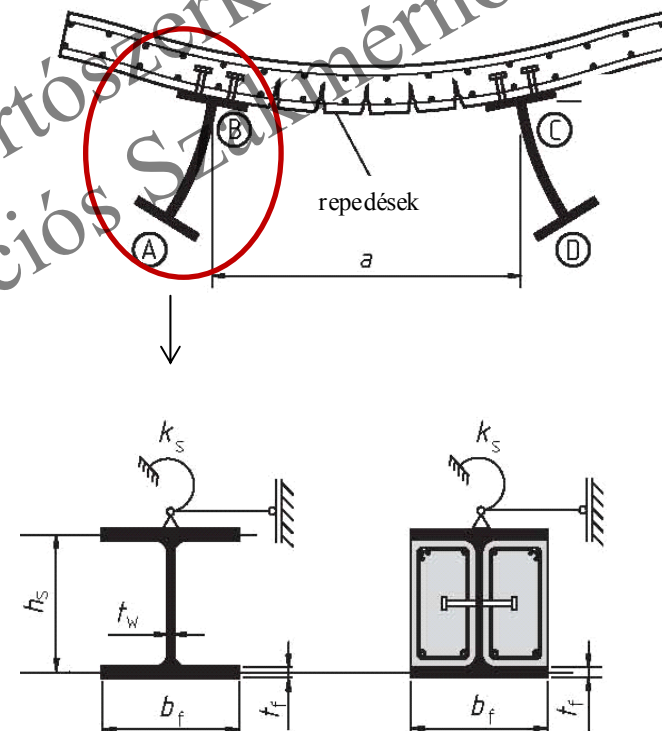
L **oldalirányú megtámasztások távolsága,**

I_{afz} alsó öv hajlítási merevsége,

I_{at} tiszta csavarási inercia,

k_c geometriai adatoktól függő tényező

C_4 **nyomatéki ábra alakjától függő tényező.**



Kifordulásvizsgálat számítás nélkül

Feltételek:

- magaspítési szerkezetek 1, 2 vagy 3. km-i osztályú gerendák,
- folytatólagos többtámaszú tartó,
- szomszédos támaszközök hossza max. 20%-kal tér el,
- egyenletesen megoszló teher,
- méretezett nyírt kapcsolatok,
- gerendák közel párhuzamosak,
- acél gerenda alsó öve támasznál oldalirányban megtámasztott,
- IPE vagy HEA szelvényű gerenda esetén acélszelvény h magassága kisebb, mint a táblázatos érték:

Acélszelvény	Névleges anyagminőség			
	S 235	S 275	S 355	S 420 és S 460
IPE	600	550	400	270
HE	800	700	650	500

Kifordulás vizsgálat nélkül megfelel.

1. mintapélda

Gerenda méretezése teherbírási határállapotban

BME Szilárdságtan és Tartószerkezeti Tanszék
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés

Felhasznált irodalom

- MSZ EN 1994-1-1: 2004. Eurocode 4: Öszvérszerkezetek tervezése: Általános és az épületekre vonatkozó szabályok.
- MSZ EN 1994-2: 2005. Eurocode 4: Öszvérszerkezetek tervezése: Általános és hidakra vonatkozó szabályok.
- MSZ EN 1993-1-1: 2005. Eurocode 3: Acélszerkezetek tervezése: Általános és az épületekre vonatkozó szabályok.
- MSZ EN 1993-1-5: 2005. Eurocode 3: Acélszerkezetek tervezése: Lemezekből összeállított szerkezetek.
- MSZ EN 1993-1-8: 2005. Eurocode 3: Acélszerkezetek tervezése: Csomópontok tervezése.
- MSZ EN 1992-1-1: 2004. Eurocode 2: Betonszerkezetek tervezése: Általános és az épületekre vonatkozó szabályok.
- MSZ EN 1993-2: 2006. Eurocode 3: Acélszerkezetek tervezése: Hidakra vonatkozó szabályok.
- Dr. Szatmári István: Öszvértartók, egyetemi jegyzet, 1998.
- Dr. Dunai László: Öszvérszerkezetű Hidak, előadás anyag, www.hsz.bme.hu

BME Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék
Tartószerkezet-rekonstrukciós Szakmérnöki Képzés