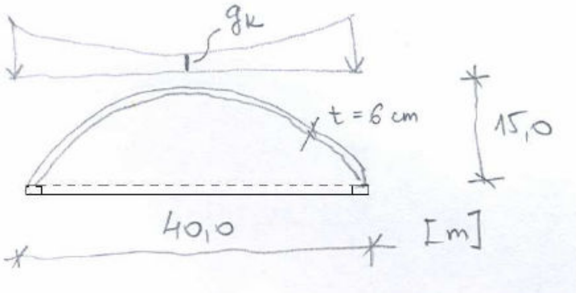
3. Önsúlyával terhelt gömbsüveg héj

Számítsa ki az alábbi gömbsüveg héjban keletkező meridián és gyűrű irányú erőket önsúlyteher esetén és rajzoljon igénybevételi ábrákat is!
Határozza meg a peremgyűrűben keletkező erőt is!

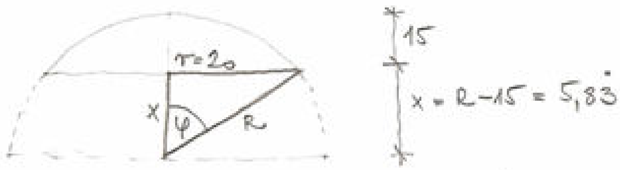
Adatok: L=40,0m, f=15,0m, t=6cm
γ_{vb}=25,0kN/m^3



Terhek:

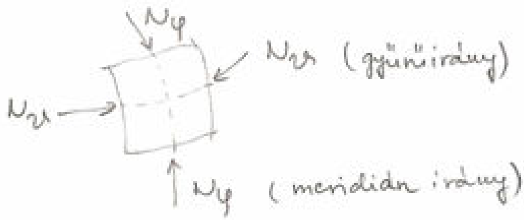
$$g_k = 25 \cdot 0{,}06 = 1{,}5\ \mathrm{kN/m^2}$$
$$g_d = 1{,}35 \cdot 1{,}5 = 2{,}25\ \mathrm{kN/m^2}$$

Geometria:



$$R^2 = 20^2 + (R-15)^2 \longrightarrow \underline{R = 20{,}8\dot{3}\ \mathrm{m}}$$
$$\sin\varphi = \frac{20}{20{,}8\dot{3}} \longrightarrow \underline{\varphi = 73{,}77^\circ}$$

Igénybevételek (Fajlagos belső erők)



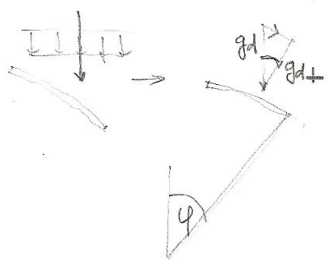
• Függőleges vetületi egyenlet (* levezetést ld. 4. old.)

$$\boxed{N_\varphi = \frac{R \cdot g_d}{1+\cos\varphi}} = \frac{20{,}8\dot{3} \cdot 2{,}25}{1+\cos 73{,}77^\circ} = \underline{36{,}64\ \mathrm{kN/m}}\ (-)$$

(Előjel szemlélettel)

N_φ ismeretében N_ϑ meghatározható a kétirányú KAZÁN-képletből!

Önsúlyával terhelt gömbsüveg-héj (folyt.) 2/4



• KAZÁN – képlet

$$\frac{N_\varphi}{R} + \frac{N_\vartheta}{R} = q_\perp \; !$$

N_φ

$$\frac{R \cdot gd}{(1+\cos\varphi) \cdot R} + \frac{N_\vartheta}{R} = gd \cdot \cos\varphi$$

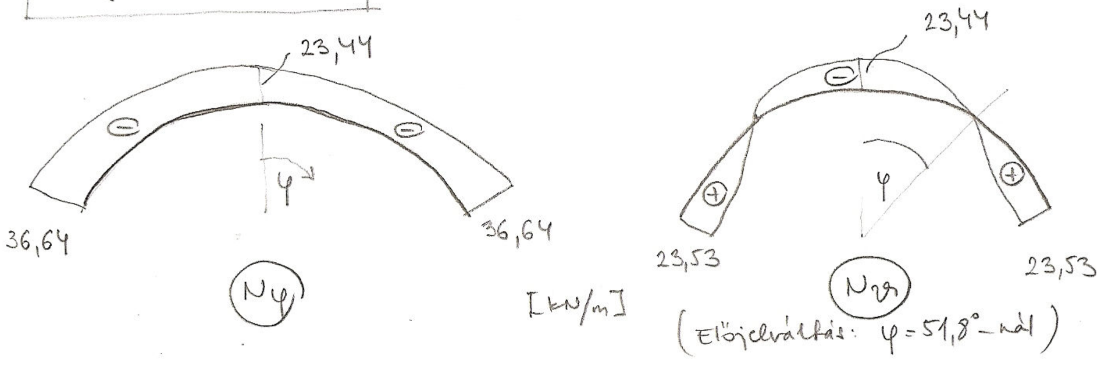
$$N_\vartheta = gd \cdot \cos\varphi \cdot R - \frac{R \cdot gd}{(1+\cos\varphi)}$$

$$\boxed{N_\vartheta = gd \cdot R\left(\cos\varphi - \frac{1}{1+\cos\varphi}\right)} = 2{,}25 \cdot 20{,}8\dot{3}\left(\cos 73{,}77^\circ - \frac{1}{1+\cos 73{,}77^\circ}\right) =$$

$$= -23{,}53 \text{ kN/m} = N_\vartheta \quad (+)$$

Feltételezettel ellentétes irányú, tehát (+)
(Előjel szemlélettel!)

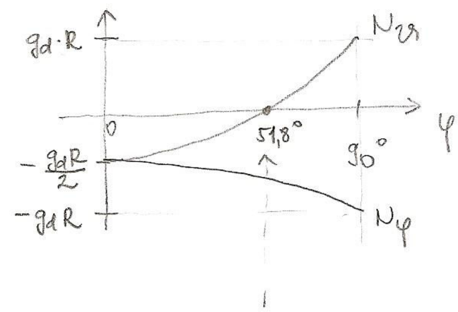
Igénybevételi ábrák:



$$N_\varphi^{\varphi=0} = \frac{R \cdot gd}{1+\cos 0^\circ} = \frac{20{,}8\dot{3} \cdot 2{,}25}{2} = 23{,}44 \text{ kN/m}$$

$$N_\vartheta^{\varphi=0} = gd \cdot R\left(\underbrace{\cos 0^\circ - \frac{1}{1+\cos 0^\circ}}_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{20{,}8\dot{3} \cdot 2{,}25}{2} = 23{,}44 \text{ kN/m}$$

Önsúlyával terhelt gömbsüveg-héj (folyt.) 3/4



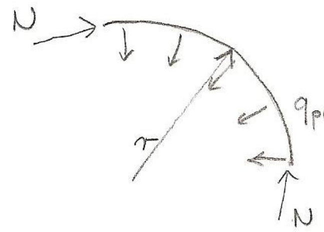
Hol van N_ϑ ábrában az előjelváltás?

$$\cos\varphi - \frac{1}{1+\cos\varphi} = 0 \qquad / \cdot (1+\cos\varphi)$$

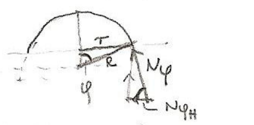
$$\cos\varphi^2 + \cos\varphi - 1 = 0 \longrightarrow \cos\varphi = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} \boxed{0{,}618} \\ \cancel{-1{,}618} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{\varphi = 51{,}8^\circ}}$$

Peremtartóban ébredő erő



$q_{perem} = N_\varphi$ vízszintes komponense $(N_{\varphi H})$



$$N_{\varphi H} = N_\varphi \cdot \cos\varphi =$$

$$= 36{,}64 \cdot \cos 73{,}77^\circ = \underline{\underline{10{,}24 \ \mathrm{kN/m}}}$$

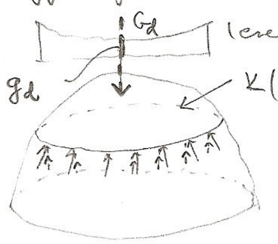
$$N_{\varphi H} = \frac{N}{r}$$

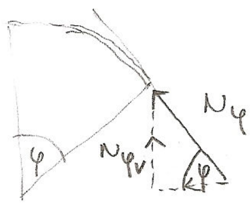
$$N = N_{\varphi H} \cdot r = 10{,}24 \cdot 20 = \underset{(N_{Ed})}{\underline{\underline{204{,}8 \ \mathrm{kN}}}} \ (+)$$

húzás!

Önsúlyával terhelt gömbsüveg-héj (folyt.) 4/4

* Függőleges vetületi egyenlet

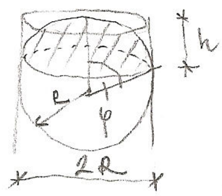




$$N_{\varphi v} = N_\varphi \cdot \sin\varphi$$

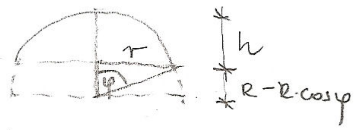
$$\Sigma F_v = 0 \qquad G_d = K \cdot N_{\varphi v}$$

$G_d = ?$



Archimedes tétele:

A gömböt körbefogó hengerszelet felszíne egyenlő a megegyező gömbszelet felszínével.



$$A = 2R\pi \cdot h$$

$$A = 2R\pi \cdot R(1-\cos\varphi)$$

$$\boxed{A = 2R^2\pi(1-\cos\varphi)}$$

$$\boxed{G_d = g_d \cdot A = 2R^2\pi\, g_d(1-\cos\varphi)}$$

$$h = R - R\cdot\cos\varphi = R(1-\cos\varphi)$$

$$r = R\cdot\sin\varphi$$

$$\overbrace{\cancel{2}R^{\cancel{2}}\cancel{\pi}\, g_d(1-\cos\varphi)}^{G_d} = \overbrace{\cancel{2}\cdot\cancel{R}\cdot\sin\varphi\,\cancel{\pi}}^{K}\cdot\overbrace{N_\varphi\cdot\sin\varphi}^{N_{\varphi v}}$$

$$R\cdot g_d(1-\cos\varphi) = N_\varphi\cdot\sin^2\varphi$$

$$\frac{R\cdot g_d(1-\cos\varphi)}{\sin^2\varphi} = N_\varphi$$

$/\cdot(1+\cos\varphi)$

(ill: $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$
$\downarrow$
$\sin^2\varphi = 1-\cos^2\varphi$)

$$\frac{R\cdot g_d\cancel{(1-\cos^2\varphi)}}{\cancel{(1-\cos^2\varphi)}(1+\cos\varphi)} = N_\varphi$$

$$\boxed{\frac{R\cdot g_d}{(1+\cos\varphi)} = N_\varphi}$$