Ezután a terhek és az elmozdulások közelítésére Fourier soros közelítést alkalmazunk.

Az „*x*” koordináták kezdőpontját az egyik támaszkeresztmetszetbe helyezzük, a pozitív „*x*” tengelyágat pedig a másik tengelykeresztmetszet felé irányítjuk. (3.1.4. ábra)

3.1.4. ábra: lépcsőfokra illesztett koordinátarendszer

A támaszkeresztmetszetek ordinátái: $x=0$; $x=l$.

Ebben a koordináta rendszerben a $q_i=q_i(x)$ terhelésfüggvényt Fourier sorba fejtve, a tetszőleges „m”-edik tag a következő:

$$q_{im} = Q_{im} \sin \frac{mx}{l} \pi, \qquad Q_{im}=\text{konstans} \tag{8}$$

Hasonló sorba fejtve a $\delta_i = \delta_i(x)$ elmozdulás függvényeket is, az „m”-edik tag a következő:

$$\delta_{im} = Z_{im} \sin \frac{mx}{l} \pi, \qquad Z_{im}=\text{konstans} \tag{9}$$

A sinus függvény alakjában teljesíti a támaszkeresztmetszetekre vonatkozó perem-feltételeket.

A (8)-as és (9)-es egyenleteket behelyettesítve az (7)-es egyenletbe, a trigonometriai tagokkal egyszerűsítve, az egyenletek teljesedésének feltételeként a következő összefüggés írható fel:

$$\left(Z_{i-1,m} + 2Z_{i,m} + Z_{i+1,m}\right) - \frac{4GI_0 l^2}{EIm^2\pi^2c^2}\left(Z_{i-1,m} - 2Z_{i,m} + Z_{i+1,m}\right) = \frac{4Q_{im} l^4}{m^4\pi^4 EI} \tag{10}$$

Továbbá a (10) es összefüggést a (11)- es, és (12)- es jelölések bevezetésével,

$$k_m = \frac{2l}{m\pi c}(\frac{GI_0}{EI})^{\frac{1}{2}} > 0 \quad (11)$$

$$Z_{im}^* = \frac{Q_{im}l^4}{m^4\pi^4 EI} \quad (12)$$

ilyen formára hozhatjuk:

$$(1-k_m^2)Z_{i-1,m} + 2(1+k_m^2)Z_{i,m} + (1-k_m^2)Z_{i+1,m} = 4Z_{im}^* \quad (13)$$

Ezáltal a fokok elmozdulásai számíthatóak, melyekből hajlító és csavaró nyomatékok kifejezhetőek:

$$M_i = -\frac{EI}{2}(\delta_i'' + \delta_{i-1}'') \quad (14)$$

$$M_{ics} = +\frac{GI_0}{2}(\delta_i' + \delta_{i-1}') \quad (15)$$

Nézzük meg, hogyan működik a számítás a gyakorlatban:

A gyakorlatban egy l=380 cm karszélességű, 17 lépcsőfokból álló, fokonként q= 5 kN/m megoszló teherrel terhelt, adott keresztmetszetű lépcső erőjátéka a következő diagramokat szolgáltatja

Lehajlás diagram (3.1.5. ábra): A szélső vállvonalak és a támaszok elmozdulásai 0-k lesznek, a peremfeltételeknek megfelelően.

Hajlító nyomatéki diagram (3.1.6. ábra): A támaszoknál a nyomaték 0 lesz. Az első és utolsó lépcsőfokok egy-egy vállvonala elmozdulás mentes. Azonban a másik vállvonal elmozdulásaiból nyomaték ébred a főtengelyre nézve.

Csavaró nyomatéki ábra (3.1.7. ábra): A lépcsőkar középvonalán „haladva", valamint a középső lépcsőfok tengelyében a csavarás értéke 0. A fokok együttdolgozásának köszönhetően a középső lépcsőfoktól lefelé, és felfelé haladva is nőnek a csavaró hatások. Ezen hatások természetesen a támaszoknál a legnagyobbak.

Nyíróerő ábra (3.1.8. ábra): A jól ismert antimetrikus nyíróerőábra a középső fok tengelyén éri el maximum értékeit.

A maximális hajlító nyomaték a lépcsőkarban: **7,1352323** kNm
A középső lépcsőfok közép-keresztmetszetében ébredő max. feszültség: **2,997** N/mm^2
Az első fok támaszkeresztmetszeténél, nyírásból és csavarásból ébredő feszültség:
1,84 N/ mm^2.

A maximális hajlító nyomaték, az ugyanilyen geometriájú, de *szabad kéttámaszú gerendaként működő tartó* nyomatéki igénybevételének **79%**-a.

-„*Amikor csak egy lépcsőfokot terhelünk"*

Az előző példában megadott adatokkal vizsgáljuk azt az esetet is, amikor csak a középső lépcsőfok terhelt egy 10 kN/m nagyságú megoszló teherrel.

Ez esetben a diagramok a következő módon alakulnak:

Elmozdulás diagram (3.1.9. ábra): A középső fok terheltségéből adódóan lehajlások jelennek meg a többi lépcsőfokban is, mely elmozdulás értékek a szélső fokok irányában „elcsendesednek”.

Hajlító nyomatéki diagram (3.1.10. ábra): Jellegében hasonló az elmozdulás diagramhoz. A középső fok tengelyére merőleges síkokban látható nyomatéki görbék tölcséresedést mutatnak a terhelt fok irányába. Figyeljük meg, hogy az első és utolsó lépcsőfoknál itt sem 0 a nyomaték értéke!

Csavaró nyomaték diagram (3.1.11. ábra): Amennyiben a középső lépcsőfokra állunk (9. fok), a horony kapcsolatokból kifolyólag, a szomszédos 2 fok lesz a leginkább igénybevett csavarás szempontjából (8-10. fok). A hatás tovább terjed a többi fokra is, és a pihenők felé haladva elcsendesedést mutat.

Nyíróerő diagram (3.1.12.): A nyíróerők a terhelt lépcsőfok tengelyében a legnagyobbak. Azonban az együttdolgozásnak köszönhetően a többi lépcsőfok is átveszi a terhet, „nyíróerő hegyet”, és „völgyet” képezve a terhelt tengely körül.

A középső (kilencedik) lépcsőfokban ébredő hajlító nyomaték: **1,07** kNm, mely érték a kéttámaszú gerenda esetén számított hajlító nyomaték **11,9%**-a.

A középső lépcsőfok közepén ébredő feszültség: **0,45** N/mm^2

A nyolcas és tízes fok támaszkeresztmetszeténél, nyírásból és csavarásból ébredő feszültség: **0,275** N/ mm^2

3.1.1. táblázat.: Eredmények összegzése

	max. hajlító nyomaték	max szigma feszültség	max nyírófeszültség
17 fok terhelt (5kN/m)	7,13 kNm (**79 %**)	2,997 N/mm^2	1,84 N/mm^2
egy fok terhelt (10kN/m)	1,07kNm (**11,9%**)	0,45 N/mm^2	0,275 N/ mm^2

Értékelés:

Láthattuk, hogy egyazon teherséma szerepeltetésénél az összekapcsolás nélküli lépcsőfokok igénybevételei meghaladják a hornyolt kapcsolatú lépcsőfokok igénybevételeit. Ez a különbség különösen megnő, ha csak egyes fokokat terhelünk.

A lépcsőfokok közötti együttdolgozás jelentős, tervezésnél figyelembe veendő.

3.2.: lebegő kőlépcsők számítása

Dr Csonka Pál számítási modellje a hornyolt kapcsolatok figyelembe vétele miatt jelentős. Ugyanis a gerendák közötti kapcsolat teszi lehetővé a gerendák együttdolgozását, „lemezszerű” viselkedését.

A lebegő kőlépcsőknél is létrejön ez a lemezszerű viselkedés, együttdolgozás. Nézzük meg, hogyan vették ezt figyelembe régen, milyen módon számolták, számolják ennek a szerkezetnek működését!

3.2.1 Brik J. E.: *Zeitschrift des Oesterr. Ingenieur und Architekten-vereines* (Brik; 1896,1898)

Mint már említettem, kutatásunk során egészen az előző század elejéig, sőt a XIX század végéig kellett visszaásni a múltban, hogy olyan cikkeket, könyveket találjunk, melyek számításokat is közölnek a lebegő kőlépcsőkkel kapcsolatban.

A Brik féle könyv tudományos cikkek gyűjteménye, mely múlt századi osztrák építéssel, és egyéb tudományokkal foglalkozik. Ebben több fejezet is foglalkozik a lebegő kőlépcsőkkel, témához kapcsolódó kísérletekkel, számításokkal.

Az első ilyen fejezet a 22-es (Brik; 1896).

Ebben egy olyan módszert közölnek, mely egyszerű konzolként kezeli a tömblépcsőfokokat, nem foglalkozva a fokok közötti kapcsolatokkal. További egyszerűsítés, hogy nincs tekintettel a fokok keresztmetszeti alakjára sem. Az innercia tengelyek helyzetétől függetlenül számol nyomatéki teherbírást a támaszkeresztmetszetben. Az így nyert egyszerű képletekkel javasol egy kezelhető összefüggést a karszélesség meghatározására.

$$l = 2\sqrt{\frac{W_1 * \sigma}{g + q * b}}$$

l= karszélesség [cm]

g= önsúly teher [kg]

q*b= hasznos teher, q=[kg/cm]; b=[cm]

W= keresztmetszeti modulus [cm^3]
σ= feszültség [kg/cm^2]

Ez az eljárásmód rokon a *Gábor László Épületszerkezettan I.* (Gábor; 1950) könyvben említett közelítő számítási móddal, mely szerint szabad konzolként számítjuk ezt a szerkezetet, de találhatunk egy megjegyzést is, amely szerint ez túl előnytelen méretezésnek felel meg, mivel elhanyagolja a fokok között átadódó erőket.

Értékelés:

A konzolként való működés feltétele az egészséges befogás méret kialakítása, esetleg a gerendák lekötése a falszerkezetben. A gyakorlatban általánossá vált 15-20 cm felfekvés önmagában nem elegendő ahhoz, hogy a szerkezet tényleges konzolként működhessen.
(Feltűnő. hogy a kísérletekből adódó nagy eltérések kiküszöbölésére egy 0,5 ös szorzót építettek a képletbe.)

Tehát a leírt képlet csupán tájékoztató értékeket ad a karok szélességére, a kívánt terhek függvényében. Valójában nem a szerkezet működését írja le, de segíti annak tervezését.