



# Ponyvaszerkezetek és ponyvaanyag nemlineáris vizsgálata numerikus és kísérleti módszerekkel

doktori (PhD) értekezés tézisei

Hegyi Dezső  
okleveles építészmérnök

Témavezető: Sajtos István PhD

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

Budapest  
2006

## 1. BEVEZETŐ

Sátorszerkezeteket évezredek óta használunk. A nomád népek egyszerű szerkezetei mellett már az ókorban készültek nagyszerű mérnöki alkotások. A római birodalom nagy amfiteátrumaiban a nézők felett hatalmas ponyvatetők biztosították az árnyékot. Az újkorban a cirkuszi sátrakkal folytatódott a fejlődés. A mai értelemben vett mérnöki ponyvaszerkezetek a műszaki textíliák fejlődésével jöttek létre. Az 50-es 60-as évek anyagtakarékosságra törekvő építészete örömmel fogadta, szívesen alkalmazta ezeket a szerkezeteket. Az látványos, könnyed formavilág a mai napig számos épület létrejöttét inspirálja.

Kezdetben léptékhelyes modellek segítségével tervezték és méretezték a sátrakat. A számítástechnika és a numerikus módszerek fejlődésével a számítással való méretezésre került át a hangsúly a hatvanas évek végére. A nagy teljesítményű személyi számítógépek megjelenésével ugrásszerűen fejlődtek a bonyolultabb számítási modellek, de a mai napig nincs elfogadott álláspont arról, hogy milyen közelítések, elhanyagolások engedhetők meg a szerkezetek vizsgálata során. Mindezidáig a geometriai nemlinearitáson volt a hangsúly, az anyagi nemlinearitás figyelembe vétele csak az utolsó években került előtérbe.

A dolgozat két témakörrel foglalkozik: *a ponyvaszerkezetek numerikus analízisével* és *a poliészter szálás ponyvaanyag rugalmas és időtől függő nemlineáris viselkedésével*. Az utóbbit numerikus és kísérleti módszerekkel is vizsgáltam.

A ponyvaszerkezetek analízisére számtalan eljárás készült, ezeket az 1. táblázat foglalja össze. A korábban publikált eljárások régebben rudakkal helyettesítették a felületet, újabban sík háromszög kontinuum elemekre osztják fel a felületet. Az általam készített eljárás térbeli görbült négyszög elemet használ.

A poliészter szálás ponyvaanyag mechanikai tulajdonságait régóta vizsgálják. Az anyag nemlineáris rugalmas viselkedése ismert, de rendszerint lineárisan rugalmas anyagtörvénnyel végzik a szerkezetek analízisét, esetleg bilineáris anyagtörvényt alkalmaznak. Az elmúlt években jelentek meg olyan modellek, amik a szövet belső szerkezetén keresztül próbálják helyesen leírni az anyag rugalmas viselkedését. Én egy fenomenológiai anyagtörvényt készítettem, mely figyelembe veszi a szövet két szálirányának kölcsönhatását.

A poliészter szálás szövetek viszkózus alakváltozásai számottevőek. Az építési tapasztalat alapján lényegesen befolyásolják a szerkezetek mechanikai viselkedését. Kísérleteket végeztem a viszkózus anyagtörvény meghatározásához, és Hincz Krisztiánnal közösen numerikus módszert fejlesztettünk a szerkezetek vizsgálatához.

	Mechanikai feladat		Diszkrétizáló hálózat		Az állapotváltozás közelítése		Megjegyzés
	alakmegh. állapotv. rúd sík felület		3D felület megnyúlások		feszültségek		
	X	X	X	X	becsült	becsült	Pelikán-hártya
Pelikán 1959	X	X	X	X	pontos	becsült	Pelikán-hártya
Day 1970	X	X	X	X	pontos	becsült	dinamikus relaxáció
Barnes 1974	X	X	X	X	pontos	pontos	dinamikus relaxáció
Szabó-Kollár 1974			X		pontos	becsült	általános térbeli rúdháló
Scheck 1974	X		X				erőintenzitás módszer
Bletzinger 1995	X	X	X	X	pontos	pontos	megújított referenciák
Gossling-Lewis 1996	X	X		X	másodfokú	másodfokú	végelem
Maurin-Motro 1997	X		X				feszültségintenzitás módszer
Maurin-Motro 2000	X		X				konjugált gradiens módszer
Pálfalvi-Hegedűs 1998	X		X				Pucher-egyenlet
Iványi 2002	X	X	X	X	pontos	pontos	párhuzamos és multigríd számítás
Hincz 2003	X	X	X	X	pontos	pontos	szereleési alak
Hegy 2006	X	X	X	X	pontos	pontos	8-pontos térbeli görbült elem

1. táblázat. A ponyvaszerkezet számítási eljárások összefoglalása



## 2. A KUTATÁSI MUNKA RÖVID ISMERTETÉSE

### 2.1. A PONYVASZERKEZETEK NUMERIKUS ANALÍZISE

A ponyvaszerkezet statikailag túlhatározott. Ahhoz, hogy állékony legyen, a terhek egyensúlyozását biztosító alakot kell felvenni. Az előfeszítést szokás mértékadó teherként figyelembe venni az alak meghatározásakor, mivel az előfeszítés az a teher, amely a teljes élettartam során rajta van a szerkezeten. A többi terhelés csak időszakosan kerül a sátrakra. (Jellemző hasznos terhek a hó és a szél; az önsúly, mint tartós teher elhanyagolható.) A tervezett előfeszítés általában konstans metszeterőket (szappanhártya vagy minimálfelület) vagy a vízszintes síkra vett vetülete szerint állandó (Pelikán-hártya) metszeterőket ír elő. Az előfeszítéshez meghatározott alakon lehet elvégezni a szerkezet további analízisét. A szerkezet vizsgálata során különböző alakokat lehet vagy kell meghatározni ahhoz, hogy ellenőrizni lehessen annak állékonyágát és azt le lehessen gyártani, meg lehessen építeni.

- **Elméleti alak**, mely az építészeti koncepció szerint tervezett peremekhez csatlakozó, előírt feszültségekhez tartozó alak. Ez az alak szolgál alapul a *szabásterv* készítéséhez. Az állapotváltozás számítását a régebbi eljárások (még ma is ez a legelterjedtebb metódus) az *elméleti alakon* végzik.
- **Szabási alak**, mely az *elméleti alak* feszültségmentes állapota, azaz egy olyan térbeli felület, ami az előírt feszültségek „eltávolítása” után alakul ki. Ha ez az alak az alapja a *szabástervnek*, akkor elvileg az építés során kialakuló feszültségek megegyeznek az *elméleti alak* meghatározásakor előírttal. Mivel a *szabási alak* előállítása során a ponyvaanyagra jellemző orthotrop anyagmodell szálirányait nem lehet pontosan figyelembe venni, és a *szabási alak* térbeli görbült felület, míg a ponyvaanyag sík termék, a gyakorlatban nem előállítható az elméleti alaknál tervezett előfeszítés. Általános, összetett alakú ponyvaszerkezethez nem biztos, hogy létezik ráncosodásoktól mentes *szabási alak*!
- **Szabásterv**, mely a térbeli görbült felületszerkezet feldarabolt és síkba terített formája. A *szabásterv* ponyvaszeletei egymástól függetlenek. A ponyvaanyag sík szövet, melyből úgy lehet felépíteni a térbeli görbült ponyvaszerkezetet, ha azt a lehetőségek szerint minél több felületdarabra vágjuk. A *szabásterv* készülhet a *szabási alak* és az *elméleti alak* alapján is. A *szabási alak* használata esetén a *szabástervből* felépített szerkezet feszültségei az *elméleti alaknál* előírt feszültségek közelében lesznek, de a síkba terítés és az anizotrop (orthotrop) anyagmodell miatt azzal nem egyeznek meg. Az *elméleti alakból* meghatározott *szabásterv* esetén a szabásmintát zsugorítani kell, vagy a szerelés során a peremeket kell elmozdítani az *elméleti alaknál* tervezetthez képest ahhoz, hogy a tervezett előfeszítés létrejöjjön.
- **Szerelési alak**, mely a *szabásterv* sík ponyvaszeleteiből visszaépített, a peremekre feszített térbeli felület. A *szerelési alak* meghatározásánál lehetőség van arra, hogy minden rendelkezésünkre álló adatot pontosan figyelembe vegyünk (*szabásterv*, anyagmodell, feszítési mód). Az újabb eljárások a *szerelési alakon* végzik el az állapotváltozás vizsgálatát a szél, hó és egyéb külső terhek hatására (ez az eljárás még nem terjedt el). Jelenlegi tudásunk szerint így lehet a valóságos viselkedést a legjobban közelíteni.

A ponyvaszerkezet a terheket nagy elmozdulásokkal és nagy megnyúlásokkal tudja felvenni. Olyan számítási módszert kell választani, amely képes pontosan meghatározni a megnyúláso-

kat ebben az esetben is. Geometriailag nemlineáris módszerek alkalmazása szükséges. A kutatómunkám során olyan eljárást dolgoztam ki, amely pontosan számítja a megnyúlásokat és a feszültségeket ponyvaszerkezetek esetében is. Az eljárás a ponyvaszerkezetek sajátosságaihoz lett illesztve (nagy megnyúlások, orthotrop anyagmodell, előfeszítés), de más membránhéjak számítására is alkalmas.

Az eljárásom 8-pontos négyszög alakú paraméteres elemmel közelíti a térbeli görbült felületet, az elem és az elem peremei is görbültek. Az alkalmazott elem a Lewis és Gossling [1996] által publikált elemre épül. Ők a Newton-Rhapon iterációt alkalmazó klasszikus geometriailag nemlineáris végeselemes eljárást publikáltak. Azonban az általuk használt közelítések a ponyvaanyag nagy megnyúlásai mellett már nem adnak elfogadhatóan pontos eredményt.

Az elem megtartása mellett a kontinuum-mechanikából ismert általános görbevonaltú koordináta-rendszerben felírt megnyúlás és feszültség számításra tértem át, mely nagy elmozdulások és alakváltozások mellett képes pontosan megadni a megnyúlásokat és a feszültségeket. Az egyensúlyi alak megkereséséhez pedig a dinamikus relaxációt alkalmazom.

A dinamikus relaxáció fiktív dinamikai feladatként oldja meg a problémát. A dinamikai egyenletben szereplő külső és belső erőkből származó hatások összege adja a kiegyensúlyozatlan erők vektorát, ez gyorsítja a szerkezet csomópontjaihoz rendelt tömegeket. Csillapítás alkalmazásával az egyensúlyi állapothoz tartó rezgő mozgás alakul ki.

A belső erőket a kezdeti – feszültség és nyúlásmentes állapot – és az aktuális állapot közötti alakváltozások és az anyagtörvény alkalmazásával lehet pontosan számítani. A ponyvaanyag síkba terített szabástervét használom kezdeti állapotként. A sík ponyvaszeletek itt még nyúlás és feszültségmentesek és definiálható a szövet szálainak az iránya is. Az aktuális állapotot a térbeli deformált ponyvaszerkezet jelenti. A két állapot közötti kapcsolatot a szabástervhez és a térbeli szerkezethez egyaránt hozzárendelt paraméteres végeselemek biztosítják. A térbeli szerkezet egyes csomópontjai a paraméteres elemeken keresztül kötődnek a szabásterv csomópontjaihoz és a ponyvaanyag térbeli pontjai a paraméteres koordináta-rendszereken keresztül kapcsolódnak a sík ponyvaanyag pontjaihoz. A ponyvaanyag alakváltozásai így pontosan számíthatók és a helyes szálirányokat is figyelembe lehet venni a ponyvaanyagra jellemző orthotrop anyagtörvény használata során. Az alkalmazott elem bázisfüggvényei határozzák meg a geometriai közelítés pontosságát.

A korábban publikált módszerek 3-pontos sík elemeket használtak. (Az egyszerű geometria miatt a megnyúlások számításához nem volt szükség az általános bázis-rendszerek alkalmazására.) Az általam alkalmazott 8-pontos térbeli görbült négyszög elem másodfokú serendipity bázisfüggvényekkel adja meg a globális és a paraméteres koordináta-rendszer közötti kapcsolatot.

A térbeli görbült elem alkalmazása minőségi különbséget jelent a sík elemekhez képest, azonos csomópontszám esetén pontosabban lehet számítani az alakváltozásokat.

Az elemen belül az anyag nem azonos mértékben alakváltozik minden pontban. A 8-pontos elemen ez abban nyilvánul meg, hogy a kezdeti állapotban a négyszög oldalainak felező pontján fekvő pontok az aktuális állapotban már nem az oldalfelezőben vannak. Ahhoz, hogy megmaradjon a lineáris leképezés a globális és a paraméteres koordináta-rendszer között pontosan lehessen számítani a felülethez rendelt bázisvektorokat és a csomópontokra redukált terheket, az aktuális rendszerben ketté kell választani a szerkezet leírását. Kell egy koordináta-rendszer, mely a felülethez van rendelve és a szerkezet geometriáját írja le, és kell egy másik rendszer, mely az anyaghoz van rendelve, és az anyagon belüli pontok helyzetét határozza meg. A felülethez rendelt koordináta-rendszerhez a Celia és Gray által publikált [1984] módosított serendipity bázisfüggvényeket lehet használni, míg az anyaghoz rendelt koordináta-rendszert



a felülethez képest lehet megadni a hagyományos serendipity bázisfüggvényekkel.

A megnyúlásokból a feszültségeket orthotrop anyagtörvény szerint számítom (ez lehet lineáris vagy nemlineáris is). A kezdeti állapotra vonatkozó második Piola-Kirchoff-féle feszültségeket számítom, így nincs szükség az anyagtörvény transzformációjára az aktuális állapotba (nagy alakváltozások esetén a nyírási deformációk miatt az orthotrop anyagtörvény anizotroppá válik). A kiegyensúlyozatlan erők számításához a második Piola-Kirchoff-féle feszültségeket transzformálok át Cauchy-féle feszültségekké.

A fenti koordináta-rendszerek meghatározása és a 8-pontos elemhez való alkalmazása saját munkám. A dinamikus relaxáció használata térbeli görbült elemmel, kontinuum-mechanikai deformáció és feszültség számítással korábban máshol nem publikált, új megoldás.

Az eljárás megvalósításához számítógépes eljárást készítettem. A program létre tud hozni a ponyvaszerkezetekhez jól illeszkedő elemhálózatot, képes elméleti alak számítására konstans metszeterők (szappanhártya) és konstans redukált metszeterők (Pelikán-hártya) előírása esetén. Az elméleti alakhoz tud szabásmintát számolni. A szabásterv és a térbeli, pillanatnyi állapot alapján képes állapotváltozás-számításra. Jelenleg szerelési alakot, a hőteher és az MSZ szerinti egyoldali szélnyomás hatását lehet vele számolni, de más külső felületi terhek is könnyen beilleszthetők.

Az eljárás előnye, hogy a korábbi módszerekhez képest pontosabban számítja a térbeli szerkezet viselkedését. (A nagyobb pontosság az alkalmazott nagyobb pontosságú mechanikai modellekből adódik. Mivel szerelési alak számítására pontos, analitikus megoldás nem ismert, ezért a pontosság mértéke nem meghatározható.) Kisebb elemszám esetén is több információval szolgál a feszültségeloszlás és a megnyúlások tekintetében a háromszög elemeket alkalmazó eljárásokhoz képest.

## 2.2. A PONYVAANYAG NEMLINEÁRIS VIZSGÁLATA

A ponyvaszerkezetek egyik legelterjedtebb anyaga a PVC bevonatú poliészter szálás szövet. A szövet belső szálszerkezetéből adódóan az anyag nemlineárisan rugalmas viselkedést mutat, amit az anyagot felépítő szálak nemlineáris rugalmas anyagtörvénye is befolyásol. Az anyagnak másik jellemzője, hogy időtől függő alakváltozásokat, feszültségváltozásokat szenved. A kúszás és a relaxáció nagyon kedvezőtlen lehet egy olyan szerkezetnél, ahol jórészt az előfeszítés biztosítja az állékonyságot, merevséget. Emiatt fontos jobban megismernünk ezt a jelenséget.

Az építési tapasztalat alapján a szerelés során is megfigyelhető a kúszás jelensége. Ez segít abban, hogy a zsugorított szabásmintát könnyebben rá lehessen feszíteni a peremekre. A szerelést követő néhány napon vagy héten belül mindig szükség van utófeszítésre. Később, 1-2 év elteltével további utófeszítést kell végezni. Ezután már általában nem szükséges újabb feszítés.

A ponyvaanyag nemlineáris viselkedésével kapcsolatban az volt a munkám célja, hogy a kúszást jól leíró anyagmodellt keressek, és ennek segítségével a kúszást numerikusan vizsgálni tudjam sátor szerkezeteken. A cél elérésének érdekében méréseket végeztem, melyekhez egyedi mérési eljárást fejlesztettem, és Hincz Krisztiánnal közösen számítási eljárást dolgoztunk ki a numerikus vizsgálatokhoz. A numerikus eljárás fejlesztése közös munkánk, annak eredményei is közös eredmények.

A nemlineárisan rugalmas viselkedés leírásához új fenomenológiai anyagtörvényt készítettem, mely figyelembe veszi a ponyvaanyag két szálirányának kölcsönhatását.

### 2.2.1. Új nemlineárisan rugalmas anyagtörvény

A ponyvaanyag egy szövet, melyet bevonattal, mátrix anyaggal látnak el. A húzási merevség a szálakhoz köthető, míg a nyírási merevséget (a szövet szálainak záródásáig) a mátrix anyag biztosítja. Az általam készített új anyagtörvény a szövetet felépítő két száliránnyal párhuzamos megnyúlások függvényében adja meg a szálirányokkal párhuzamos feszültségeket. Az új anyagtörvény elhanyagolja azt, hogy a nyírási deformációk is módosíthatják a normál feszültségeket.

Az egymásra merőleges két szálirány a szövés miatt egymást görbíti, ami geometriai nemlinearitást jelent az anyagon belül. Ha az egyik szálirányt feszítjük, akkor a rá merőleges másik irány kénytelen megdőlni, ami nagy harántkontrakcióhoz vezet. Ha egyszerre húzzuk a két irányt, akkor a két szálirány kölcsönösen merevíti egymást. A szövetet alkotó szálak kis terhelés esetén közel lineárisan rugalmasak, de még a használati állapothoz tartozó megnyúlás tartományban csökkenni kezd az erő-megnyúlás diagramm meredeksége, ami a szál anyagához tartozó nemlinearitás.

Az új nemlineáris rugalmas anyagtörvény aszimptotikus exponenciális függvények segítségével adja meg a feszültségek és a megnyúlások közötti kapcsolatot:

$$\sigma_w = a_1 \varepsilon_w (1 - e^{-(a_3 \varepsilon_w)^2}) + a_2 \varepsilon_w e^{-(a_4 \varepsilon_w)^2} + c_1 \varepsilon_f [1 - \tanh(-c_2 \varepsilon_w \varepsilon_f + c_3)], \quad (1)$$

$$\sigma_f = b_1 \varepsilon_f (1 - e^{-(b_3 \varepsilon_f)^2}) + b_2 \varepsilon_f e^{-(b_4 \varepsilon_f)^2} + c_1 \varepsilon_w [1 - \tanh(-c_2 \varepsilon_w \varepsilon_f + c_3)], \quad (2)$$

ahol  $\sigma_w$  a lánc és  $\sigma_f$  a vetülék irányba mutató feszültség,  $\varepsilon_w$  és  $\varepsilon_f$  a két irányhoz tartozó megnyúlás és  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  az anyagtörvényhez tartozó paraméterek ( $i = 1, 2, 3$  és  $4$ ).

Ahhoz, hogy egy anyagtörvény teljesítse az energiamegmaradás törvényét, szimmetrikusnak kell lennie. Ez nemlineáris anyagtörvény esetén azt jelenti, hogy a feszültség-megnyúlás függvények keresztirányú megnyúlás szerinti deriváltjainak azonosaknak kell lenniük, ami teljesül is az új anyagtörvény esetén.

Az anyagtörvény paramétereinek meghatározásához a kétváltozós feszültség-megnyúlás függvényeket egy és kétirányú húzási kísérletek mérési eredményeire kell illeszteni. Ehhez a regresszió analízist alkalmaztam, ahol a számított és a mért feszültségek különbségének a négyzetét minimalizáltam. Konkrét mérési adatok nem állnak a rendelkezésemre, ezért a szakirodalomban közölt jelleggörbék alapján állítottam össze fiktív mérési adatsorokat.

### 2.2.2. Ponyvaanyagon végzett kúszási kísérletek

Méréseket végeztem poliészterszál PVC-bevonatú ponyvaanyagok kúszásból származó alakváltozásainak meghatározásához. A mérések állandó terhelési szint mellett zajlottak különböző teher-szálirány elrendezéssel. Egy irányban, illetve két irányban terhelt mintadarabokat is vizsgáltam.

Az egyirányú mérések elvégzéséhez használt berendezések egyszerűek: két acélpofa közé szorítottam az anyagot, arra pedig súlyokat akasztottam. Helytakarékosság miatt 3-3 mintadarabot egymás alá, sorba akasztottam fel. Ezek teherszintje közel azonos.

A kétirányú mérésekhez egyedi berendezésre volt szükség. Az általam ismert berendezések komoly, nagy rendszerek. Egyik változatuk a négy darab hidraulikus sajtóval ellátott kétirányú szakítópad. A másik a mintadarabból kis membránhéjat formál, és azt folyadéknyomással terheli. A laborunk adottságaihoz alkalmazkodva egy olyan keretet hoztunk létre, melyen gravitációs úton tudjuk terhelni a ponyvaanyagot. A ponyvaanyag négy megfeszített



szára a keret két-két hengerén fekszik fel merőleges helyzetben úgy, hogy a vizsgált rész sík marad. Két szár felfelé, két szár lefelé indul. A felső két szálról lóg lefelé a berendezés, az alsó két szárra lehet akasztani a súlyokat (1. ábra).



1. ábra. A kétirányú mérések berendezése kísérlet közben

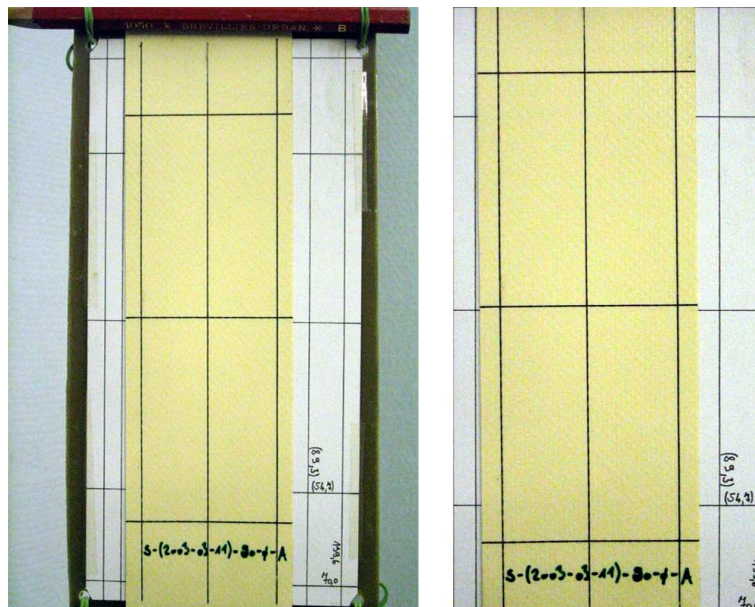
A méréseket a használati állapotnak megfelelő teher tartományban végeztem három teherszinten. A szövet főirányában (lánc irány) és a mellék irányban (vetülék irány) is végeztem méréseket. A közties irányokban is próbáltam mérést végezni, de nagyon kicsi teherre is nagyon nagy volt a deformáció, így érdemi eredmény nélkül maradt a próbálkozás. Ennek oka, hogy a szálakat bevonó mátrixanyag (PVC) kis merevsége miatt a szövetnek kicsi a nyírási merevsége.

A megnyúlások mérésére általában mérőórákat, nyúlásmérő bélyeget használnak. Ponyvaanyag esetén ezekre nincs mód. A mechanikai rögzítések vagy ragasztások nagy mértékben befolyásolnák a mérés eredményét. Ezért a mérések elvégzéséhez fotó-eljárást dolgoztam ki.

A korábban ismert fotóeljárások úgy működnek, hogy kamerát helyeznek el a mintadarabbal szemben, és az figyelni a mintadarabon elhelyezett jelölővonalakat. (A kontraszthatárok alapján azonosítja be a vonalakat.) A mérés során a kamera és a mintadarab helyzete nem változhat. A lassú alakváltozások mérése időigényes, és rendszerint több mintadarabot kell egyszerre mérni. Ezért a fenti eszköz alkalmazása sem jöhetett szóba.

Olyan fotó-eljárást fejlesztettem ki, amely elkerüli azt, hogy a mérés zónájában bármit a mintadarabra kelljen rögzíteni, és alkalmas számtalan kísérlet azonos időszakban történő mérésére. A mérések során közel merőleges helyzetből digitális fotót készítettem a mintadarabokról. A mintadarabokra viszonyítási hálót rajzoltam és a mintadarab mellett egy kalibrált méretű keret is rákerült a képekre a mintadarabbal azonos síkban (2. ábra). A fényképek





2. ábra. A mintadarab a kalibrált kerettel (bal oldal) és a valódi méretre transzformált kép (jobb oldal).

feldolgozása során a kalibrált keretekhez lehet viszonyítani a mintadarabon mért távolságokat.

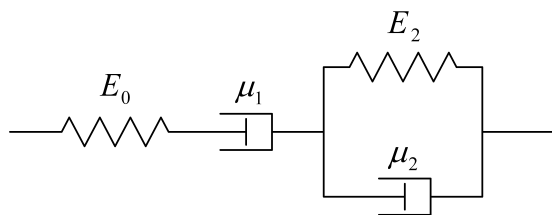
A képek és a kalibrált keret szerinti valós méretek közötti kapcsolatot a paraméteres végelemeknek megfelelő transzformációval írtam le. Az alkalmazott elem (az előző részben használt 8-pontos végelem) másodfokú serendipity függvényekkel írja le a globális- és a paraméteres koordináta-rendszer kapcsolatát. Ez a transzformáció lehetővé teszi a fényképezőgépek hordó-torzításának csökkentését.

A képek feldolgozásához számítógépes programot készítettem, mely a digitális képet és a kalibrált keret adatait kapja meg bemenő adatként, és a vizsgált pontok közötti távolságot adja vissza eredményként. A módszer 0,0001 fajlagos megnyúlás mérésére alkalmas. További fejlesztésekkel a 0,00001 pontosság is elérhetőnek látszik. A keret kalibrációjának pontossága függvényében az abszolút méreteket is ehhez hasonló pontossággal tudja visszaadni a módszer (a keret oldalhosszaihoz viszonyítva).

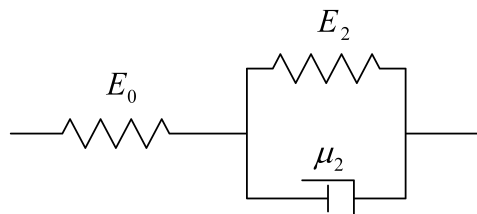
Méréseket végeztem ponyvaanyagon a fent vázolt módszer segítségével. A vizsgált termék  $700 \text{ g/m}^2$  felületi tömegű, panama szövésű, a sátorépítésben használt szokványos anyag volt. Három teherszinten ( $30, 60, 90 \text{ kg/5cm}$ ) és két szálirány szerint (lánc és vetülék irányok) folytak az egyirányú mérések. A kétirányú méréseket  $75 \text{ kg/5cm}$  terhelés mellett végeztem. A terhelést a használati állapotra jellemző szinten határoztam meg. Az egyirányú mérések során minden méréshez 3-3 mintadarab állt rendelkezésre.

Három féle kúszási modellt illesztettem a mérési adatokra: a Kelvin-Voight-féle elemet (4. ábra), a Newton-féle folyadék és a Kelvin-Voight-féle elem sorba kapcsolt változatát (3. ábra) és két sorba kapcsolt Kelvin-Voight-féle elemet (5. ábra). A Kelvin-Voight-féle elem egyedül nem képes visszaadni a kúszás függvény kezdeti gyors változását és az elhúzódó lassú kúszást. A Newton-féle folyadékkal sorba kapcsolt változat már jobban modellezi a valódi folyamatot, de nagyon hosszú idő alatt nagyon nagy alakváltozásokhoz vezet, ami ellentmond a használati tapasztalatnak. A sorba kapcsolt két Kelvin-Voight-féle elem bizonyult a legjobb választásnak. Ez a modell a kezdeti gyors kúszást és a hosszú ideig tartó, de mindig lassuló kúszást is jól modellezi.

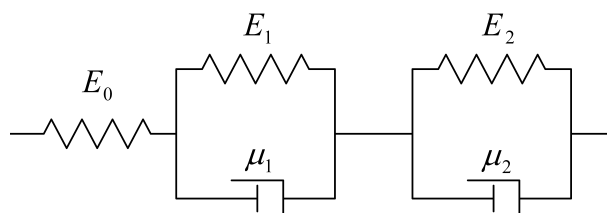




**3. ábra.** A Newton-féle folyadékkal sorba kapcsolt Kelvin-Voight-féle elem



**4. ábra.** Az önálló Kelvin-Voight-féle elem



**5. ábra.** A két sorba kapcsolt Kelvin-Voight-féle elem

Az egyes anyagparaméterek megállapításához módosított regressziós eljárást alkalmazok. A módosítás szerint nem a mért értékek négyzetének a különbségét minimalizálom, hanem azt súlyozom a két mérés között eltelt idővel.

Az illesztés során exponenciális tagot is tartalmazó többismeretlenes egyenletet kell megoldani. Egyirányú mérés esetén két rugalmassági modulus és két viszkozitási tényező az ismeretlen. A Kelvin-Voight-féle elem részei szerepelnek az exponenciális függvény kitevőjében. Ha ezt a tagot ismertnek tekintem, azaz felveszek rá egy értéket, akkor az egyenlet lineárisává válik. Mivel az exponenciális tag kitevője negatív, csak 0 és 1 között vehet fel értéket. Ezen a tartományon belül kell megkeresnünk a mért és az anyagállandókból számolt értékek különbség-négyzetének minimumát.

Kétirányú mérések esetén mindkét irányhoz tartozik egy mérési adatsor és egy számított görbe. A két különbség-négyzet összegzés összegét minimalizálom ebben az esetben (továbbra is súlyozva a idővel). A Poisson-hatás miatt az összefüggés tovább bonyolódik, az egyirányú méréseknél alkalmazott trükk nem alkalmazható. Így genetikus algoritmust használtam az anyagparaméterek meghatározására Iványi Péter segítségével.

A keresett anyagparaméterek között ott van az anyag rugalmassági modulusa is. Az így számított rugalmassági modulus különbözik a rövid idejű vizsgálatokból származó anyagállandótól. Ez látszik abból is, hogy a mért adatok és a számított megnyúlások a kezdeti szakaszban esnek legtávolabb egymástól. Mégis jobb az így számított rugalmassági tényező használata, mert a szerkezet állapotváltozásait már közvetlenül az építés után is a viszkózus

alakváltozásokkal kombinált rugalmas alakváltozások határozzák meg.

A számított anyagparaméterek szerint láncc irányú terhelés esetén a kúszás lineáris jellegűt mutat, azaz érvényes rá a szuperpozíció elve. A vetülék irányban ez nem teljesül. A szövés technológiájából adódóan láncc irányban a terhelés kezdetén a szálak egyenesek, míg vetülék irányban hullámosak. Ezért láncc irányban a rugalmas alakváltozások közel lineárisak kis egyirányú terhelés mellett (a használati állapotban) vetülék irányban viszont a rugalmas alakváltozások feszültség-megnyúlás kapcsolata is erősen nemlineáris. Ezt figyelembe véve lehetne kimutatni a szuperpozíció alkalmazhatóságának lehetőségét vetülék irányban. Ehhez még nem állnak rendelkezésemre rugalmas vizsgálatok eredményei.

Fontos eredménye a méréseknek, hogy a Poisson-hatás mértéke állandó a kúszás alatt. A mintadarabokon a megnyúlás és a beszűkülés aránya a mérések alatt nem változott.

Az első mérésorozat elvégzése során a páratartalom és a hőmérséklet sokat változott. A hőmérséklet 15 és 35 °C között ingadozott, a páratartalom 40 % és 99 % között. Összevetve a hőmérsékletváltozás és a páraváltozás diagramját a megnyúlások diagramjával, jól látható, hogy a két körülmény hatással volt a megnyúlásokra. A páratartalom vonatkozásában csak az extrém magas, 90 % feletti érték hatása egyértelmű. A második mérésorozat elvégzéséhez egy egyszerű klímakamrát készítettem, ahol a hőmérséklet értéke 25-28 °C között változott, és a páratartalom sem emelkedett 60 % fölé.

### 2.3. PONYVASZERKEZETEK VISZKÓZUS ALAKVÁLTOZÁSAINAK SZÁMÍTÁSA

A viszkózus alakváltozások számításához kapcsolódó munkát Hincz Krisztiánnal közösen végeztük, a munka eredményei közös eredménynek tekinthetők.

Hincz Krisztián korábban numerikus eljárást dolgozott ki ponyvaszerkezetek analízisére. Az eljárás dinamikus relaxációval keresi a szerkezet egyensúlyi alakját. A térbeli felület modellezésére és a megnyúlások számítására 3-pontos elemeket használ. Ezt az eljárást és a hozzá fejlesztett szoftvert tovább fejlesztettük úgy, hogy alkalmas legyen a viszkózus alakváltozások számítására. Az általam fejlesztett 8-pontos térbeli négyszög elemhez is alkalmaztam ezt az eljárást.

Az eljárás a Newton-féle folyadékkal sorba kapcsolt Kelvin-Voight-féle elemet használja a kúszás modellezésére. (A munka kezdetén a szakirodalom alapján ezt a modellt választottuk.) Az anyagon belül a feszültség kifejezhető a megnyúlások függvényében

$$\sigma = E_0 \cdot \varepsilon_{E0} = \mu_1 \cdot \dot{\varepsilon}_{\mu1} = E_2 \cdot \varepsilon_2 + \mu_2 \cdot \dot{\varepsilon}_2, \quad (3)$$

és a megnyúlás a feszültségek függvényében

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{\mu_1} t + \frac{\sigma}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2}{\mu_2} t} \right) \quad (4)$$

ahol  $E$  a rugalmassági modulusokat,  $\mu$  a viszkozitási tényezőket és  $\sigma$  a feszültséget jelöli.

A megnyúlásokat diszkrét időlépésenként számítjuk, minden lépésben megkeresve az egyensúlyi alakot és az azzal kompatibilis viszkózus alakváltozásokat. Az iteráció fő lépései a következők:

1. A  $t - 1$  időpillanatban működő feszültségeket vesszük fel becült értéként a viszkózus elemek  $t$ -hez tartozó feszültségeire, és kiszámoljuk a  $t$ -hez tartozó viszkózus megnyúlásokat:



$$\varepsilon_{\mu 1}^{t,1} = \varepsilon_{\mu 1}^{t-1} + \frac{\sigma^{t-1} + \sigma^{t,1}}{2\mu_1} \Delta t, \quad (5)$$

$$\varepsilon_2^{t,1} = \frac{\frac{\sigma^{t-1} + \sigma^{t,1}}{2} \Delta t + \mu_2 \varepsilon_2^{t-1}}{\Delta t E_2 + \mu_2}, \quad (6)$$

ahol a  $i = 1$  azt jelöli, hogy az 1. iterációs lépésben becsült feszültségről és megnyúlásról van szó. Ha a szerkezet geometriája és az anyag teljes megnyúlásai változatlanok ( $\varepsilon^{t-1} = \varepsilon_{k=1}^{t,1}$ ), akkor a 4. egyenlet alapján a rugalmas megnyúlásoknak meg kell változniuk:

$$\varepsilon_{E_0, k=1}^{t,1} = \varepsilon_{k=1}^{t,1} - \varepsilon_{\mu 1}^{t,1} - \varepsilon_2^{t,1}. \quad (7)$$

Emiatt az anyagon belül nem lesz egyensúly a 3. egyenlet alapján. A szerkezet egyensúlyát az  $E_0$  rugóban működő feszültségek alapján vizsgáljuk a továbbiakban, így a szerkezet sem lesz egyensúlyban.

2. Új egyensúlyi alakot keresünk a dinamikus relaxáció segítségével. A feszültségek számításához a rugalmas megnyúlásokat az előző lépésben számolt viszkózus megnyúlások segítségével fejezzük ki:

$$\varepsilon_k^{t,i} = \varepsilon_{E_0, k}^{t,i} + \varepsilon_{\mu 1}^{t,i-1} + \varepsilon_2^{t,i-1}. \quad (8)$$

3. Az új egyensúlyi alakhoz új egyensúlyi feszültségek tartoznak. A viszkózus elemekben felvett becsült feszültségeket össze kell hasonlítani ezekkel az egyensúlyi feszültségekkel. Ha nem áll fent a belső egyensúly, akkor új iterációs lépést kell tenni ( $i + 1$ ). Az új iterációs lépéshez az egyensúlyi alakhoz tartozó  $\sigma^{t,i}$  feszültséget használjuk fel a viszkózus elemeken belül a feszültségek becslésére, és az 5., 6. egyenletek alapján új viszkózus megnyúlásokat számolunk.
4. Az 1-3. pontot addig ismétljük, amíg  $\sigma^{t,i}$  nem lesz egyenlő  $\sigma^{t,i-1}$ -el, azaz a viszkózus elemekben és a rugóban nem lesz azonos a feszültség. Ekkor mind a szerkezet, mind az anyagon belüli elemek egyensúlyban lesznek.

Numerikus kísérleteink alapján a számítás gyorsan és stabilan konvergál.

A bemutatott eljárással sátorszerkezetek numerikus analízisét végeztük el. Vizsgáltuk az előfeszítésből származó feszültségek csökkenését, a relaxált ponyvafelületre helyezett szél és hőteher hatását.

Az előfeszítésből származó feszültség nagysága csökken a kúszás hatására. Csökken a maximális és az átlagos feszültségek közötti különbség is, azaz kiegyenlítettebb lesz a feszültségeloszlás. Az alakváltozás nem jelentős.

A relaxált felületre helyezett hőteher hatására nagyobbak lesznek az elmozdulások a kúszási alakváltozások nélkül végzett számításokhoz képest. A feszültségek azonban kisebbek. A nagyobb alakváltozások miatt megnő a hó- vagy jégelencse kialakulásának veszélye, ami esztétikai és állékonysági szempontból is veszélyes.

A relaxált felületre helyezett szélteher is kisebb feszültségeket eredményezett a rugalmasan számított azonos terheléshez képest. Az alakváltozások viszont itt is nagyobbak voltak.

### 3. TÉZISEK

**1. TÉZIS.** Új numerikus számítási módszert dolgoztam ki ponyvaszerkezetek alakmeghatározására és állapotváltozás számítására, mely térbeli görbült végelemekre osztja fel a felületet, és az oldalélei is görbültek. Az eljárás

- pontosan kezeli a nagy elmozdulásokat és a nagy alakváltozásokat;
- pontosan figyelembe veszi a ponyvaanyag szabásterve szerinti szálirányait;
- rugalmas anizotrop és nemlineáris rugalmas anizotrop anyagtörvényt alkalmaz;
- alkalmas időfüggő alakváltozások számítására.

Az új numerikus eljárás megvalósításához számítógépes eljárást dolgoztam ki, amely elemhálózatot hoz létre, elméleti alakot, szabástervet, szerelési alakot és állapotváltozást számít. Alkalmas izotrop, orthotrop, nemlineáris orthotrop és időtől függő anyagmodell szerinti számításra. Nemlineáris orthotrop anyagmodell esetén az anyagtörvény paramétereit a mérési eredményekből határozza meg.

**2. TÉZIS.** Új nemlineáris rugalmas orthotrop anyagtörvényt dolgoztam ki, mely leírja a ponyvaanyag nemlineárisan rugalmas viselkedését figyelembe véve a szövet két szálirányában bekövetkező megnyúlások kölcsönhatását. Az anyagtörvény egyszerre kezeli a szöveten belüli geometriai nemlinearitást és a szövetet felépítő szálak anyagi nemlinearitását, és eleget tesz az energiamegmaradás törvényének is. Az anyagtörvényt leíró egyenlet:

$$\sigma_{\xi} = a_{\xi 1} \varepsilon_{\xi} (1 - e^{-(a_{\xi 3} \varepsilon_{\xi})^2}) + a_{\xi 2} \varepsilon_{\xi} e^{-(a_{\xi 4} \varepsilon_{\xi})^2} + c_1 \varepsilon_{\eta} [1 - \tanh(-c_2 \varepsilon_{\xi} \varepsilon_{\eta} + c_3)],$$

ahol  $\sigma_{\xi}$  a  $\xi$  szálirányba működő feszültség,  $\varepsilon_{\xi}$  és  $\varepsilon_{\eta}$  a két irányhoz tartozó megnyúlás,  $a_{\xi i}$  és  $c_i$  az anyagtörvényhez tartozó paraméterek ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) és  $\eta$  a  $\xi$ -re a kezdeti állapotban merőleges szálirány.

Az anyagtörvény paramétereit mérési eredmények alapján lehet meghatározni.

**3. TÉZIS.** Új digitális fotó eljárást dolgoztam ki síkbeli méretváltozások mérésére, mely különösen alkalmas lassú alakváltozások mérésére. Az eljárás a mintadarabról és egy referencia hálózatról készített fotó alapján állapítja meg a próbatesten bejelölt pontok közötti távolságot a referencia hálózathoz képest.

A képen lemért távolságok és a valóságos méretek közötti transzformációhoz 8-pontos négy-szög alakú végeselemet használok másodfokú  $C^{\circ}$  folytonos paraméteres bázisfüggvényekkel. Az alkalmazott végeselem segítségével csökkenteni lehet a fényképezőgép lencséinek torzításából adódó hibát.

**4. TÉZIS.** Kísérleteket végeztem PVC bevonatú poliészter szálal ponyvaanyagon. Az elvégzett kísérleteim alapján a következőket állapítottam meg:

- egyirányú mérés esetén a terhelés irányába eső alakváltozás és a rá merőleges harántkontrakció aránya a lassú alakváltozások során állandó, azaz a Poisson-tényező nem változik a kúszás során;
- a két darab sorba kapcsolt Kelvin-Voight modell jól leírja az anyag viszkózus viselkedését, javaslom ennek a modellnek a használatát;



- a Newton-féle folyadékkal sorba kapcsolt Kelvin-Voight modell nem jellemzi jól az anyag viszkózus alakváltozásait;
- lánc irányban a kúszás jellege lineáris, azaz alkalmazható a szuperpozíció elve;
- vetülék irányban az anyagon belüli geometriai nemlinearitás miatt nem alkalmazható a szuperpozíció elve.

**5. TÉZIS.** (Hincz Krisztiánnal közös) *Új számítási eljárást dolgoztunk ki ponyvaszerkezetek viszkózus alakváltozásainak számítására. Az eljárás növekményi módszerrel számítja a szerkezet megnyúlásainak és feszültségeinek változását. A szerkezet geometriailag nemlineáris viselkedése miatt kettős, egymásba ágyazott iterációval keressük az adott időlépéshez tartozó egyensúlyi alakot: a külső iteráció a viszkózus alakváltozásokat becsüli a rugalmasan számított feszültségek alapján, míg a belső iteráció a viszkózus alakváltozások következtében megváltozott megnyúláshoz keres egyensúlyi alakot a rugalmas alakváltozások alapján. Az iteráció konvergens, ha a külső iterációban megbecsült feszültségek kompatibilisek a belső iterációban számított egyensúlyi alakhoz tartozó rugalmas feszültségekkel. A módszer a numerikus kísérletek alapján gyorsan és stabilan konvergál.*

*Az eljárás lehetővé teszi a ponyvaszerkezet utófeszítési idejének számítással történő meghatározását az anyagjellemzők és az utófeszítési kritériumok ismeretében.*

**6. TÉZIS.** (Hincz Krisztiánnal közös) *Ponyvaszerkezetek viszkózus alakváltozásainak meghatározására végzett numerikus kísérleteink eredményeként megállapítottuk, hogy a viszkózus alakváltozásokat figyelembe véve*

- *kisebb az előfeszítésből származó maximális és az átlagos feszültségek közötti különbség, azaz kiegyenlítettebb lesz a szerkezetben a feszítőerő eloszlás;*
- *a külső terhek hatására kisebb feszültségek ébrednek a szerkezetben, mint amikor az anyagnak nincs lassú alakváltozása;*
- *a külső terhek hatására nagyobb a szerkezet mozgása, mint amikor az anyagnak nincs lassú alakváltozása;*
- *nagyobb a hó- és jéglencse kialakulásának veszélye, mivel nagyobbak az elmozdulások.*

## 4. ÖSSZEFOGLALÁS

Az állapotváltozás-vizsgálathoz fejlesztett új numerikus eljárás alkalmas ponyvaszerkezetek tervezésére. A számítás nagy pontosságú, pontosabb a korábbi eljárásoknál. Segítségével meg lehet vizsgálni, hogy más, kisebb pontosságú, de gyorsabb eljárásokkal milyen pontosan lehet megállapítani a mértékadó igénybevételeket. Így a segítségével meg lehetne keresni, hogy milyen közelítés használata elfogadható még ahhoz, hogy a tervezés során elég biztonságosak, de ne legyünk túlzottan pazarlók.

Kidolgoztam egy új fenomenológiai anyagtörvényt, mely képes jól leírni a ponyvaanyag rugalmas viselkedését a használati állapot tartományában. Az új anyagtörvény figyelembe veszi azt, hogy a szövet két száliránya hatással van egymásra, a teher hatására a szálak kiegyenesednek, illetve hullámosítják egymást.

Új mérési eljárást dolgoztam ki síkbeli deformációk mérésére, mely különösen alkalmas lassú alakváltozások vizsgálatára.

A ponyvaszerkezetek és a ponyvaanyag viszkózus alakváltozásainak kísérleti és numerikus vizsgálatai alapján megmutattam, hogy a viszkózus alakváltozások számottevően befolyásolják a sátor szerkezetek mechanikai viselkedését.

## PUBLIKÁCIÓK

- Hegyi D.: *Form finding of tent structures*. Bulletin, Faculty of Architectural Engineering, BUTE, 2001.
- Hegyi D.: *Numerical methods for form finding of tent structures*. Bulletin, Faculty of Architectural Engineering, BUTE, 2002.
- Hegyi D.: *Ponyvaszerkezet alakmeghatározási módszerei*. Építés- és Építészettudomány, XXXI/3-4, 2003. pp 233–251.
- Hegyi, D.–Hincz, K.: *Long-term analysis of prestressed membrane structures*. Journal of Computational and Applied Mechanics, 6, 2005. pp 189–205.
- Hegyi D.: *Műszaki textilialakváltozásainak mérése fotó eljárással*. Anyagvizsgálók lapja, 2005. pp 5-7,
- Hegyi, D.–Sajtos, I.–Sándor, Gy.: *Measuring Process for Long-Term Deformation of technical textiles*. Proceedings, Structural Membranes, Stuttgart, 2005.
- Hegyi, D.–Sajtos, I.–Sándor, Gy.: *Long-Term Strain Measuring of Technical Textiles By Photographic Method*. Material Science Forum, leadva.
- Hegyi, D.–Sajtos, I.–Geiszter, Gy.: *8-Node Quadrilateral Double-Curved Surface Element for Membrane Analysis*. Computers and Structures, leadva.

## ELŐADÁSOK

- Hegyi D.: *Egyiptom, Hurghada-repülőtér fogadócsarnok sátorépítése*. Tavaszi szél konferencia, poszterelőadás, 2000.
- Hegyi D.: *Ponyvaszerkezetek tervezése*. Tavaszi szél konferencia, 2002.
- Hegyi, D.: *Structure and nature*. Conference on mobile structures for cultural transmission, 2003.
- Hegyi D.–Hincz K.: *Ponyvaszerkezetek lassú alakváltozása*. IX. Magyar Mechanikai konferencia, 2003.
- Hincz, K.–Hegyi, D.: *The time dependent behaviour of prestressed membrane structures*. 14th Inter Institute Seminar for Young Researchers. Zakopane, 2003.
- Hegyi, D.: *Long-term Strain measuring of technical textiles by photographic method*. Inter Institute Seminar for Young Researchers. Budapest, 2005.
- Hegyi D.–Sajtos I.–Sándor Gy.: *Measuring Process for Long-Term Deformation of technical textiles*. Structural Membranes. Stuttgart, 2005.
- Hegyi, D.–Sajtos, I.–Sándor, Gy.: *Long-Term Strain Measuring of Technical Textiles By Photographic Method*. V. Országos Anyagtudományi, Anyagvizsgálói és Anyaginformatikai Konferencia és Kiállítás. Balatonfüred, 2005.

## EGYÉBB PUBLIKÁCIÓK

- Fernezelyi, S.–Hegyi, D.–Vigh, A.: *Approximation for the critical moment for lateral-torsional buckling of rolled sections*. EUROSTEEL, Maastricht, 2001. 1.4-159–166



- Fernezelyi S.–Hegyi D.–Vigh A.: *Közelítő számítás melegen hengerelt acél szelvények kifordulási teherbírására*. Acélszerkezetek, 2005.
- Hegyi D.–Sípos A.: *Steel Structures Study Aid*. Tanszéki gondozásban, 2005.

## EGYÉBB ELŐADÁSOK

- Bedő G.–Hegyi D.–Monspart R.: *Szabadság tér 5-7., avagy a 30-as évek szerkezetépítésének állatorvosi mintalova*. Kari TDK konferencia, 1996., I. díj.
- Bedő G.–Hegyi D.: *A parasztházak törzsfjlődése a hőkomfort tükrében*. Kari TDK konferencia, 1997., Innotech-különdíj
- Bedő G.–Hegyi D.: *A parasztházak törzsfjlődése a hőkomfort tükrében*. Országos Környezettudományi TDK konferencia, 1998., III. díj.
- Bedő G.–Hegyi D.: *A parasztházak törzsfjlődése a hőkomfort tükrében*. II. Kari TDK konferencia, 1998., I. díj.
- Bedő G.–Hegyi D.: *A parasztházak törzsfjlődése a hőkomfort tükrében*. II. Országos TDK konferencia, 1999., II. díj.
- Hegyi D.–Bedő G.: *Architecture and Value. Changing Values. Forming New Societies*, Seminar Course of the World Futures Studies Federation, 2001.
- Fernezelyi S.–Hegyi D.–Vigh A.: *Approximation for the critical moment for lateral-torsional buckling of rolled sections*. EUROSTEEL, Maastricht, 2001.

## A KUTATÁSHOZ KAPCSOLÓDÓ MUNKÁK

- Majoros G.–Galaskó Gy.: *Hurghada, Egyiptom, Nemzetközi repülőtér fogadócsarnok*. Acél részlettervek, helyszíni mérnöki feladatok. 1999-2000.
- Majoros G.–Hegyi D.: *Gázgyár mozgatható előtető*. Statikai számítások. 2000.
- Majoros G.–Galaskó Gy.: *Néprajzi Múzeum udvarlefedés*. Ponyva szabástervek. 2000.
- Hegyi D.: *Teraszlefedés*. Tervezés és építés. 2001.
- Erdélyi T.–Hegyi D.: *Karcag, sportcsarnok pályázat*. Ponyva fedésű csarnok épület. 2001.
- Antal M.–Hegyi D.: *Miskolc, Bodótető pályázat*. Árnyékoló tető tervezése. 2002.
- Majoros G.–Hegyi D.: *Tiszaszalka romtemplom, udvarlefedés*. Konceptió terv. 2002.
- Majoros G.–Hegyi D.: *Szauz-Arábia, parkoló lefedése*. Statikai számítások. 2004.
- Majoros G.–Galaskó Gy.–Hegyi D.: *M5 Market, csarnoképület*. Engedélyezési és acélszerkezet kiviteli tervek. 2004.